الإحصاء والإستقراء

الجزء الثالث

أساليب الإستقراء

الطبعة الأولى ١٩٩٢

دكتور / مصطفى زايـــد

دكتوراه في الإحصاء - بحوث عمليات

دبلوم محاسبة ومراجعة - دبلوم تكاليف



الإحصاء والإستقراء

الجزء الثالث

أساليب الإستقراء

الطبعة الأولى ١٩٩٢

دكتور / مصطفى زايــد

دكتوراه في الإحصاء - بحوث عمليات

دبلوم محاسبة ومراجعة - دبلوم تكاليف

ت ٣٤٨٨٣٥٢ ٥ ش محمد طلعت - العجوزة

ت ٣٤٩٦٥٦٤ ٣ ش المهندس اسماعيل أنور - الدقى

رقم الإيداع
١٩٧٠ / ١٩٩٢
I.S.B.N
٩٧٧-٠٠-٢٨٦٦-٥

بسم الله الرحمن الرحيم

إلى والدى ووالدتى

رحمهما الله

د. مصطفى زايد

تقـــديم

الكتاب موجه للباحث والبحث العلمي وقد صدر في ثلاثة أجزاء وملحق خاص بالجداول الإحصائية . الجزء الأول يعرض أسس الإستقراء وهي الاحتمالات والمعاينة العشوائية وتوزيع المعاينة والجزء الثاني يعرض منطق الاستقراء والمفاهيم والمصطلحات المستخدمة في التقدير وفي اختبارات الفروض .

الجزء الثالث يعرض أساليب الإستقراء وقد روعى تنظيمية ليقدم أكبر قدر من الإنتفاع للباحث تحقيقاً للأهداف البحثية وتوجيهه للأساليب الإحصائية الملائمة .

فقد تم تصنيف الأساليب إلى أبواب حسب خواص المجتمع محل الاهتمام وقد تم تصنيفها تحت المجموعات التالية : التوزيع ، المتوسط ، النسب والمعدلات ، التشتت ، الارتباط ، التقدير ، تنقيح البيانات . ويتضمن ذلك تصنيفاً آخر حسب الهدف والذي قد يكون تقديرا لمعالم المجتمع أو اختباراً لفرض حول خصائص المجتمع ، كما تم جمع الأساليب المعلمية واللامعلمية الموجهه للخاصة محل الاهتمام كما تم تصنيف الأساليب تبعاً لمستوى قياس المتغيرات ، كلما سمحت الظروف بذلك ، وهذا الأسلوب في التصنيف يتميز وينفرد به هذا الكتاب دون غيرها من الكتب ، عربية كانت أو أجنبية .

ويتميز الكتاب بالشمولية ، فهو يحوى عدداً هائلاً من الأساليب الإحصائية ، منها عدد كبير يظهر لأول مرة بالمراجع العربية مثل : اختبار ليليفورز ، اختبار جارت ، اختبار بوكر ، اختبار ستيوارت ، اختبار مود ، اختبار هارتلي ، اختبار كوكران (C) ، اختبار جاما ، واختبار معامل لامدا ،

واختبار معامل ثيتا ، واختبار الدفعات ، واختبار ديكسون ، ومعامل إرتباط السلاسل المتعددة .

وفي كل موضوع أو حالة تم عرض عدد من الأساليب البديلة المتاحة ، وفي الحالات التي يمكن فيها ذلك ، تم ترتيبها حسب الأفضلية بحيث ينصح الباحث باختيار الأساليب حسب ترتيب عرضها ، وفي حالة عدم توفر الشروط أو ملائمة الظروف يلجأ للأسلوب الذي يليه وهكذا .

وقد روعى عرض عدد كبير من التطبيقات المحلولة بلغت ١٣٨ تطبيقاً في مختلف المجالات الاجتماعية والاقتصادية والإدارية والمحاسبية ، الحيوية ، الطبية ، الزراعية ، ....

ولمزيد من الإيضاح تم عرض ملحق للرموز المستخدمة وآخر للصيغ الاحصائية المستخدمة في الكتاب والتي بلغت ٢٦٨ صيغة إحصائية .

دكتور

مصطفى أحمد عبد الرحيم زايد

الجيزة ، ج.م.ع

يناير ١٩٩٢

المحتويات - مختصر

محتويات الجزء الثالث - تفصيلي

الباب الأول

مقدمة

الباب الثاني

التوزيع

الباب الثالث

المتوسطات

الباب الرابع

النسب والمعدلات

الباب الخامس

التشتت

الباب السادس

الإرتباط

الباب السابع

التقدير

الباب الثامن

تنقيح البيانات

محتويات الجزء الأول

أسس الاستقراء

محتويات الجزء الثانى

منطق الاستقراء

محتويات الجداول الإحصائية

الباب الأول

مقدمة

١-١ تمهيد

علم الإحصاء يعد فرعاً من فروع الرياضيات ، يشمل النظريات والطرق الموجهة نحو أربعة وظائف كبرى هى جمع البيانات ووصف البيانات والاستقراء وضع القرارات .

وكل وظيفة من هذه الوظائف تنفذ عن طريق عدد كبير من الأساليب الإحصائية ، وتشترك وظيفتا وصف البيانات والاستقراء في الهدف فكلاهما يهدف إلى الوصف ، غير أن الأولى تصف البيانات المقدمة كما هي ، فإذا كانت هذه البيانات تمثل المجتمع بالكامل فالوصف يعد كافياً ، ولكن إذا كانت البيانات تمثل عينة من المجتمع فإن الوصف هنا ينصب على وصف العينة فقط ، وهذا غالباً لا يكون هدفاً في حد ذاته . فإذا كان المطلوب هو وصف المجتمع فإن الباحث عليه اللجوء إلى أساليب الاستقراء وهذه تعتمد بدرجة أو بأخرى على أساليب أو مقاييس وصف البيانات .

إن الإستقراء عمل يتم فيه وصف المجتمع باستخدام عينة منه . والوصف العلمي يتم باستخدام مقاييس أو مؤشرات إحصائية مثل شكل التوزيع والمتوسط الحسابي والنسبة والتباين والارتباط .... الخ . وهذه المؤشرات كلها أو بعضها تمثل أهدافاً للباحث ، ومن ذلك المنطلق تم تصنيف الأساليب الإحصائية تبعاً لهذه الأهداف ، وقد خصص باب مستقل لكل هدف أو مقاس . ونعرض في هذا الباب الصيغ الخاصة بمقاييس وصف البيانات* ، حيث تستخدم في حالة وصف المجتمع باستخدام كل وحداته ، كما أنه في حالة استخدام عينه منه ، فإن هذه الصيغ غالباً ما تستخدم - مجالتها أو بتعديلات طفيفة - في إجراءات الإستقراء .

* لمزيد من التفاصيل راجع كتاب الإحصاء ووصف البيانات للمؤلف .

١-٢ مقاييس وأساليب وصف البيانات

نعرض في هذا الفصل باختصار[1] مقاييس وأساليب وصف البيانات نظراً لعلاقتها الوثيقة بوظيفة الاستقراء ، فالهدف لأي من هاتين الوظيفتين هو الوصف ، غير أن الوظيفة الأولى ، وصف البيانات يكون الأمر متعلقاً بوصف المجتمع بصورة مباشرة ، وذلك في حالات الحصر الشامل لكل وحدات المجتمع ، وتستخدم هذه المقاييس أيضاً في وصف بيانات العينة ويكون الوصف قاصراً فقط على العينة . ولكن أساليب الاستقراء تهدف إلى وصف الكل من خلال الجزء ، أو بلغة الإحصاء وصف المجتمع من خلال عينة . ونوضح في هذا العرض أهمية كل أسلوب والصيغة الرياضية والرموز المستخدمة .

١-٢-١ التوزيع التكراري (الجداول)

الجدول التكراري هو بيان بقيم المتغير مقسمة إلى فئات أو مجموعات مع بيان التكرار بكل فئة ويمكن عرض أهميته فيما يلي :

(١) تلخيص البيانات وترتيبها .

(٢) الإفصاح عن المعلومات بصورة مباشرة وسريعة .

(٣) المقارنة بين المجموعات - بعرضها في جدول واحد .

(٤) سهولة حساب المقاييس الإحصائية .

(٥) إمكان عرض الظاهرة بيانياً .

(٦) بعض المقاييس الإحصائياً يلزم حسابها من جدول تكراري .

---

(١) عرض شامل وتفصيلي لهذه الأساليب في كتاب « الإحصاء ووصف البيانات » للمؤلف .

والجدول قد يعد لمتغير وحيد ، وقد يعد لمتغيران في آن واحد ويسمى عندئذ جدول مزدوج ، كما قد يعرض أكثر من متغيران ويسمى عندئذ جدول مركب .

١-٢-٢ العرض البياني

أهميته :

(١) الإفصاح عن خصائص الظاهرة بصورة سريعة .

(٢) إمكان إجراء المقارنات بين التوزيعات المختلفة .

(٣) حساب بعض المقاييس الإحصائية بسهولة .

(٤) يعد الأساس لتوفيق صيغة رياضية لوصف التوزيع التكراري ، مثل التوزيع الطبيعي ، توزيع ذي الحدين ، توزيع بواسون . ويوجد عدد كبير من الأشكال ، وبالنسبة للمتغيرات الكمية يستخدم المدرج التكراري ، المضلع التكراري ، المنحنى التكراري ، المضلع التكراري المتجمع (الصاعد - النازل) والمنحنى التكراري المتجمع (الصاعد - النازل) .

١-٢-٣ المتوسطات Averages

الغرض منها وصف المجموعة برقم واحد يمثلها - فهو يعبر عن مزيد من الوصف والتلخيص مثل متوسط درجات الطلاب بالفصل أو متوسط أجور العمال . وهذا الرقم المتوسط يفيدنا كثيراً حيث يمكن من المقارنة الطولية كما في حالة مقارنة أجور العمال في فترات مختلفة - أو المقارنة المستعرضة كما في حالة مقارنة أجور عمال صناعة بصناعة أخرى .

وأهم هذه المقاييس :

أ **المتوسط الحسابي** : للمتغيرات الكمية

$$\bar{س} = \frac{مجـ س}{ن} \qquad (١-١)$$

الوسيط : للمتغيرات الترتيبية

ويعرف بأنه الرقم الأوسط بعد ترتيب القيم ترتيباً تصاعدياً .

المنوال (للمتغيرات الإسمية) ويعرف بأنه المشاهدة الأكثر تكراراً .

١-٢-٤ النسب والمعدلات

تستخدم النسب والمعدلات كثيراً بغرض تحقيق مزيد من الإيضاح والإفصاح عن طبيعة الظاهرة محل البحث كما تستخدم لتسهيل إجراء المقارنات بين الظواهر .

وتعرف النسبة Ratio لعدد ما وليكن (س) إلى عدد آخر (ص) على أنها خارج قسمة س على ص . وقد يتم عرضها كنسبة مئوية .

ويوجد نوع هام من النسب يطلق عليه المعدل Rate ، حيث أن النسبة قد تكون رقم كسري صغير جداً ، ولذا يتم ضربها في رقم ثابت يتفق عليه وغالباً يكون ١٠٠ أو ١٠٠٠ أو ١٠٠٠٠ حسب الأحوال . وغالباً يستخدم لعرض معدل التغير في وحدة الوقت .

١-٢-٥ مقاييس التشتت Dispersion

تستخدم لوصف الإختلافات بين القيم ، وفيما يلي نعرض لأهم هذه المقاييس .

التباين $\sigma^{٢} = \frac{١}{ن} \left[مجـ س^{٢} - \frac{(مجـ س)^{٢}}{ن} \right]$ (١-٢)

الانحراف المعياري $\sigma = \sqrt{التباين}$ (١-٣)

معامل الاختلاف م.أ $= \frac{\sigma}{\bar{س}}$ (١-٤)

١-٢-٦ مقاييس المركز النسبي

تستخدم لتحديد المراكز النسبية للقيمة حتى يمكن الحكم عليها حكماً صحيحاً - وحتى يمكن إجراء المقارنات على أسس صحيحة وأهم هذه المقاييس الدرجة المعيارية ، ويتم أحتسابها للدرجة س كما يلي :

الدرجة المعيارية $س' = \frac{س - \bar{س}}{\sigma}$ (١-٥)

ومن خواص الدرجات المعيارية أن متوسطها الحسابي صفر وإنحرافها المعياري واحد صحيح .

(١-٢-٧) مقاييس الإرتباط Correlation

تهدف لوصف قوة الإرتباط بين المتغيرات ، وتحديد اتجاه العلاقة (طردي أو عكسي) - كما أنها تعد الأساس لدراسة السببية .

هناك عدة معاملات تستخدم لقياس الإرتباط بين المتغيرات والجدول التالي يعرض تقسيماً لها حسب مستوى القياس .

مقاييس الإرتباط

ص \ س	كمي	ترتيبي	إسمي
كمي	ر	ر#[1]	ر″ ، ر″
ترتيبي		رَ ، جا تو ، و	ر≠
إسمي			ق ، ل ، ر+

الإرتباط بين المتغيرات الكمية :

معامل إرتباط بيرسون : قدمه بيرسون (١٨٩٥) Pearson

ويعتبر مقياساً لقوة الإرتباط الخطي بين المتغيران ويتم أحتسابه بالصيغة :

$$\text{ر} = \frac{\text{ن مجـ س ص} - \text{مجـ س مجـ ص}}{\sqrt{[\text{ن مجـ س}^{٢} - (\text{مجـ س})^{٢}]\,[\text{ن مجـ ص}^{٢} - (\text{مجـ ص})^{٢}]}} \qquad (١-٦)$$

(١) ر# معامل ارتباط السلاسل المتعددة ، انظر القسم (٦-١-٩).

ويلاحظ ما يلي :

(١) قيمة ر تقع بين -١ ، +١ والقيمة +١ تعنى وجود إرتباط تام طردي والقيمة -١ تعني وجود إرتباط تام عكسي والقيمة صفر تعنى عدم وجود إرتباط .

(٢) لا تتأثر قيم ر بتحويل أي من المتغيران أو كلاهما سواء بالضرب في رقم ثابت أو بجمع رقم ثابت .

الإرتباط بين المتغيرات الترتيبية

معامل إرتباط سبيرمان : قدمه سبيرمان (١٩٠٦) Spearman

$$ر' = ١ - \frac{٦ \text{ مجـ } ف^{٢}}{ن^{٢} (ن - ١)} \qquad (٧-١)$$

حيث ف هي الفرق بين رتب المتغيران ويعني ذلك أن يتم ترتيب كلا المتغيران ترتيباً تصاعدياً (أو تنازلياً) وتعطي كل قيمة رتبة . وفي حالة وجود قيم مكررة يعطي لكل منها رتبة تعادل المتوسط الحسابي لرتب القيم المكررة . وفي حالة وجود تكرارات بدرجة كبيرة فإن هذا المعامل لا يعطي نتائج دقيقة ويفضل إستخدام معاملات أخرى نعرض منها معامل جاما .

ملاحظات : حدود معامل سبيرمان هي ± ١

معامل جاما Gamma

قدمه العالمان جودمان وكروسكال (١٩٤٥) Goodman and Kruskal وصيغته هي :

$$\text{جا} = \frac{\text{أ} - \text{خ}}{\text{أ} + \text{خ}} \qquad (\text{١-٨})$$

حيث أ = عدد حالات الإتفاق

خ = عدد حالات الإختلاف

ولحساب معامل جاما :

(١) يتم تنظيم البيانات في جدول تكراري مزدوج .

(٢) يراعى ترتيب كلا المتغيران ترتيباً تصاعدياً (أو تنازلياً) من قمة الجدول من اليمين .

(٣) يتم إيجاد مجموع حاصل ضرب كل تكرار بالجدول في التكرارات الأخرى وحسب المسارات التالية :

إلى أسفل ويساراً لحساب قيم أ

إلى أسفل ويميناً لحساب قيمة خ

ملاحظات : حدود هذا المعامل هي ±١ .

معامل إرتباط كندال Kendall

قدمه كندال عام ١٩٣٨ ويرمز له بالحرف τ وينطق (تو) وصيغته كما يلي :

$$\text{تو} = \frac{\text{أ} - \text{خ}}{\text{٠,٥ ن (ن - ١)}} \qquad (\text{١-٩})$$

وتعرف أ ، خ تماماً كما في معامل إرتباط جاما . وقيمة هذا المعامل تقع بين -١ ، +١ وفي حالة وجود قيود أي تكرار لبعض القيم فإن قيمة المعامل لا تصل إلى الحد الأقصى ±١ .

معامل الإجماع Concordance

تم تقديمه عام ١٩٣٩ بمعرفة كندال Kendall وآخرين ، وهو يستخدم لقياس درجة الإجماع بين عدة مجموعات من الرتب . وهذا المقياس يعد نافعاً في دراسات التحكيم لقياس درجة الإجماع . ويتم حساب معامل الإجماع بالصيغة :

$$و = \frac{١٢ . ع}{ق^{٢} م (م^{٢} - ١)} \qquad (١-١٠)$$

١ ≥ و ≥ صفر

حيث ع = مجموع مربعات إنحرافات الرتب عن متوسطها

ق = عدد الرتب (عدد المحكمين

م = عدد الأشياء أو الأشخاص التي يتم ترتيبها

الإرتباط بين المتغيرات الإسمية

معامل كرامير : قدمه كرامير (١٩٤٦) Cramer

ويمكن حسابه من جدول تكراري مزدوج بأي من الصيغ التالية :

$$ق = \sqrt{\frac{ح - ١}{ع - ١}} \qquad (١-١١)$$

$$= \sqrt{\frac{كا^2}{ن\ (ع - ١)}} \qquad (١-١٢)$$

حيث ع = عدد الصفوف أو الأعمدة (للجدول التكراري) أيهما أقل .

$$جـ = مجـ \frac{ك^2_{رل}}{ك_{ر.}\ ك_{.ل}} \qquad (١-١٣)$$

$$= \frac{(\text{تكرار الخلية})^2}{(\text{تكرار الصف})\ (\text{تكرار العمود})}$$

$$كا^2 = مجـ \frac{(ك - \bar{ك})^2}{\bar{ك}} \qquad (١-١٤)$$

ن = مجموع التكرارات

حيث ك = هو التكرار المشاهد في الخلية بالجدول التكراري

$\bar{ك}$ = التكرار المتوقع في الخلية ويمكن حساب بالصيغة

$$\bar{ك}_{رل} = \frac{(\text{تكرار الصف})(\text{تكرار العمود})}{ن} = \frac{(ك_{ر.})\ (ك_{.ل})}{ن} \qquad (١-١٥)$$

وفيما يلي عرض رمزي للجدول التكراري المزدوج .

التوزيع التكراري المزدوج

ص \ س	$س_1$	$س_2$	..... $س_ل$ $س_و$	مجموع
$ص_1$ $ص_2$	$ك_{11}$	$ك_{21}$	$ك_{1ل}$	$ك_{1.}$
$ص_ر$ $ص_م$	$ك_{ر1}$		$ك_{رل}$	$ك_{ر.}$
مجموع	$ك_{.1}$	$ك_{.2}$	$ك_{.ل}$	ن

ملاحظات : ١ ≤ ق ≤ صفر

معامل لامدا Lambda

قدمه جتمان ١٩٤١ Guttman ويتم إحتسابه من جدول تكراري مزدوج بالصيغة :

$$ل_{ص\ س} = \frac{مجـ \hat{ك} - \hat{ك}_{ص}}{ن - \hat{ك}_{ص}} \qquad (١-١٦)$$

حيث $\hat{ك}$ = تكرار الفئة المنوالية لكل فئة من فئات المتغير المقدر س

$\hat{ك}_{ص}$ = تكرار الفئة المنوالية للتوزيع الهامشي للمتغير التابع ص

ملاحظات :

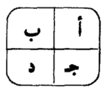
(١) معامل لامدا يقع بين صفر ، ١

(٢) $ل_{ص س}$ لا يساوى بالضرورة $ل_{س ص}$

معامل لامدا $ل_{ص س}$ يوضح الدرجة التي يمكن بها تقدير المتغير التابع ص من المتغير المستقل أو المقدر س.

معامل الإتباط الرباعي Tetrachoric

يفترض هنا أن كل من المتغيرين ثنائي ويتضمن صفة الإستمرار ويتبع التوزيع الطبيعي . ويتم حسابه من جدول كالتالي :



ب	أ
د	جـ

باستخدام الصيغة :

$$ر_+ = جتا \frac{١٨٠^\circ}{١ + \sqrt{أ د / ب جـ}} \qquad (١-١٧)$$

حيث جتا هي جيب تمام الزاوية .

ملاحظات :

(١) هذه الصيغة تعد صيغة تقريبية للصيغة الأصلية وهي صيغة معقدة تم إعدادها بواسطة كارل بيرسون في ١٩٠٠ .

(٢) حدود هذا المعامل هي ±١ .

معاملات إرتباط أخرى

معامل إرتباط السلسلتان Biserial

قدمه كارل بيرسون في ١٩٠٩ ويستخدم لقياس الإرتباط بين متغيرين أحدهما كمي والآخر إسمي ويفترض أنه مستمر أصلاً ويتبع التوزيع الطبيعي . مثال ذلك مستوى القلق (كبير - قليل) ، (يحب - يكره) ، ناجح - راسب) ويتم إحتسابه بواسطة الصيغة :

$$ر_{ث} = \frac{\bar{ص}_1 - \bar{ص}}{\sigma_{ص}} \cdot \frac{ق}{أ} \qquad (١٨-١)$$

حيث $\bar{ص}$ = متوسط قيم ص

$\bar{ص}_1$ = متوسط قيم المجموعة الأولى(أحدى المجموعتين - اختياري)

ق = نسبة مفردات المجموعة الأولى

أ = إحداثي (أرتفاع) المنحنى الطبيعي المعياري عند النقطة التي ينقسم بها التوزيع الطبيعي بنسبة ق ، ك (ك = ١ - ق)

ملاحظات : (١) المعامل لا ينطبق عليه الحدود ±١ .

معامل إرتباط السلسلتان الثنائي Point Biserial

يستخدم لقياس الإرتباط عندما يكون أحد المتغيران كمي والآخر إسمي ويفترض أنه ثنائي أصيل مثل (ذكر - أنثى) ، (يملك - لا يملك) ويتم حسابه بالصيغة :

$$ر_{ث} = \frac{\bar{ص}_1 - \bar{ص}}{\sigma_{ص}} \sqrt{\frac{ق}{ك}} \qquad (1-19)$$

وتعرف الرموز كما في معامل ارتباط السلسلتان .

ملاحظات : (١) حدود هذا المعامل هي ± ٧٩٨, ٠

$$(٢)\ ر_{ث} = \frac{\sqrt{ق ك}}{أ}\ ر_{ث} \qquad (1-20)$$

معامل إرتباط السلسلتان للرتب Rank Biserial

قدمه كوريتون Coreton عام ١٩٥٦ ويستخدم لقياس الإرتباط بين متغيرين أحدهما ترتيبي والآخر ثنائي أصيل ، وصيغته كما يلي :

$$ر_{\neq} = \frac{2}{ن} \left(\bar{ص}_1 - \bar{ص}_0 \right) \qquad (1-21)$$

حيث $\bar{ص}_1$ متوسط رتب المجموعة $ص_1$

$\bar{ص}_0$ متوسط رتب المجموعة $ص_0$

ن عدد الأزواج

وقيمة هذا المعامل تقع بين -١ ، ١

١-٢-٨ مقاييس التقدير الإنحدار

وهذه المقاييس تصف لنا شكل أو طبيعة العلاقة التي تربط بين المتغيرات وتستخدم لتقدير أحد المتغيرات بدلالة متغير أو أكثر . وهي بذلك تعد الأساس في إنشاء العديد من القوانين والنظريات .

بأفتراض أن العلاقة بين س ، ص خطية ، تكون معادلة تقدير ص بدلالة س أو معادلة إنحدار ص على س كما يلي :

$$\hat{\text{ص}} = \text{أ} + \text{ب س} \qquad (\text{١-٢٢})$$

حيث أ ، ب ثوابت يتم حسابها كما يلي :

$$\text{ب} = \frac{\text{ن مجـ س ص} - \text{مجـ س مجـ ص}}{\text{ن مجـ س}^{٢} - (\text{مجـ س})^{٢}} \qquad (\text{١-٢٣})$$

$$\text{أ} = \bar{\text{ص}} - \text{ب } \bar{\text{س}} \qquad (\text{١-٢٤})$$

وتوجد نماذج مماثلة في حالة تعدد المتغيرات ، وكذا في حالة العلاقات غير الخطية .

١-٢-٩ مقاييس التقدير - السلاسل الزمنية

تستخدم نماذج السلاسل الزمنية أيضاً لتقدير قيم المتغيرات . والسلسلة الزمنية هي مجموعة من القيم تخص متغير في أوقات أو فترات زمنية متعاقبة .

١ - ٣ أساليب الإستقراء

يمكن تصنيف أساليب الإستقراء تبعاً للعديد من العوامل .

١ - التصنيف حسب الهدف من الأسلوب .

أ - أساليب التقدير (Estimation)

تستخدم غالباً في البحوث الإستكشافية (Exploratory) بهدف تقدير خواص المجتمع مثل : نسبة الأمية ، معدل البطالة ، معدل الجريمة ، متوسط دخل الأسرة ، الإرتباط بين الجريمة والبطالة .

والتقدير نوعان ، التقدير بقيمة Point estimation والتقدير بفترة Interval .

والتقدير بقيمة هو تقدير لمعلم أو معالم المجتمع بقيمة وحيدة ، وهذه القيمة تعد أفضل تقدير لمعلم المجتمع ، كما أنه يعد الأساس للتقدير بفترة . غير أنه لا يتوقع أن يمدنا هذا التقدير بقيمة تساوى قيمة معلم Parameter المجتمع ، بصفة عامة كما أنه لا يمدنا بوسيلة لتقييم الثبات أو الثقة أو الدقة في التقدير كما أنه لا يعيننا على التحكم في هذه الدقة .

التقدير بفترة يعيننا على كل ذلك فهو يمدنا بوسيلة للحكم على درجة الدقة في التقديرات التي نصل إليها كما أنه يعيننا على التحكم في هذه الدقة إلى المدى المرغوب .

ب - إختبارات الفروض (Hypotheses testing)

تستخدم غالباً في البحوث التوكيدية (Confirmatory) ، بهدف إختبار الفروض حول خواص المجتمع مثل : نسبة الأمية في المجتمع ٣٠ ٪ ، نسبة

المرضى بمعرض معين ١٠ ٪ ، متوسط دخل الأسرة لا يقل عن ٥٠٠ جنيه شهرياً ، يوجد إرتباط طردي قوي بين دخل الفرد وحالته التعليمية ، .... .

٢ - التصنيف حسب الخواص المستهدفة

تختلف أساليب الإستقراء حسب الخواص المستهدفة : شكل التوزيع ، المتوسطات ، النسب ، التشتت ، الإرتباط ، التقدير ، ... إلخ .

٣ - التصنيف حسب مستوى القياس للمتغيرات .

يتم تقسيم أساليب الإستقراء حسب مستويات القياس للتغيرات وهى كما يلي مرتبه تنازلياً حسب مستوى القياس .

القياس الكمي .

أ - المستوى النسبي (Ratio) .

ب - المستوى الفتري (Interval) .

القياس الكيفي

جـ - المستوى الترتيبي (Ordinal) .

د - المستوى الإسمي (Nominal) .

وفي هذا الصدد نشير إلى الملاحظات الهامة التالية :

أ - كلما زاد مستوى القياس للمتغيرات كلما أمكن إستخدام أساليب إحصائية على مستوى أفضل .

ب - المتغيرات بمستوى قياس معين يمكن التعامل معها بالأساليب الإحصائية المخصصة لهذا المستوى وكذا الأساليب الإحصائية المخصصة لمستوى القياس الأقل .

جـ - إن إستخدام أسلوب إحصائي مستواه أعلى من مستوى قياس المتغير ، يعد خطأً منطقياً ، كما أن إستخدام أسلوب إحصائي مستواه أقل من مستوى قياس المتغير يعد إهداراً وتضحية لبعض المعلومات المتاحة ، أي التضحية بالفرص المتاحة .

٤ - التصنيف إلى إحصاءات معلمية وغير معلمية

يوجد تقسيم شائع لأساليب الإستقراء إلى أساليب معلمية (Parametric) وأخرى لامعلمية (Non Parametric)، وأساس هذا التقسيم هو مدى توافر بعض الشروط .

الباب الثاني

التوزيع

هذا الباب يعرض مجموعة من الإختبارات الإحصائية الهامة ، وهى عن التوزيع الإحتمالي . وهذه المجموعة كلها تعد من الإختبارات اللامعلميه ، وقد تم تقسيمها إلى المجموعات التالية ، وسيتم عرض كلٍ منها في فصل خاص .

١ - **شكل التوزيع** ، وتشمل مجموعة من الإختبارات عن شكل توزيع المجتمع ، وذلك من عينة واحدة ، وتسمى إختبارات جودة التوفيق Goodness of fit .

٢ - **مقارنة توزيعات** ، لإختبار التماثل بين توزيعي مجتمعين .

٣ - **مقارنة عدة توزيعات** ، لإختبار التماثل بين التوزيع لعدة مجتمعات (ثلاث فأكثر) .

٢-١ إختبارات جودة التوفيق

الغرض من هذه الإختبارات هو الوصول إلى تقرير عن طبيعة التوزيع الإحتمالي لمجتمع إستناداً إلى مجموعة من المشاهدات من عينة عشوائية .

إن معرفة شكل التوزيع الإحتمالي للمجتمع محل الدراسة يعد من الأمور الهامة عند إجراء التحليل الإحصائي أو الرياضي ، وتبدو أهمية ذلك على الأخص فيما يلي .

١ - الأساليب البارا مترية للإستقراء ، سواء كان ذلك في تقدير معالم المجتمع أو إختبارات الفروض - تعتمد على إفتراضات منها شكل التوزيع ، كإفتراض أن المجتمع يتبع التوزيع الطبيعي مثلاً .

٢ - النماذج الرياضية المعقدة ، خاص التي تحوي عدد كبير من المتغيرات ، يصبح من الممكن تبسيطها والتعامل معها في حالة معرفة شكل التوزيع للمتغيرات كلها أو بعضها مثال ذلك نماذج صفوف الإنتظار Queueing models حيث يشترط بعضها أن يكون وقت أداء الخدمة يتبع التوزيع الأسي . Exponenfial

٣ - إن معرفة شكل التوزيع يؤدي إلى سهولة الحصول على المعلومات عن الظاهرة أو المتغير كالمعلومات المتعلقة بالإحتمالات وخواص الظاهرة كالمتوسط الحسابي والتشتت وغيرها - كما يمكن إستخدام الجداول الإحصائية المتاحة عن التوزيعات الإحتمالية ، مما يمكن من الحصول على المعلومات بمجرد النظر إلى هذه الجداول .

إن الحالة المثالية تتطلب أن يكون التوزيع المفترض للمجتمع محدداً بصورة كاملة . عن شكل التوزيع وكل معالمه وخلاف ذلك نلجأ إلى تقدير المعالم غير المحددة من بيانات العينة .

وعلى أي حال فإن الفرض البديل يكون غير محدد ، ويقضي بأن توزيع المجتمع لا يتبع التوزيع المفترض . وعلى ذلك فإن رفض فرض العدم لا يعطينا أي معلومات عن شكل توزيع المجتمع ، خلاف أنه ليس التوزيع المفترض والمرفوض .

إن إختبارات جودة التوفيق تكون مفيدة عندما يحصل الباحث على تأييد إحصائي لتوزيعه المفترض وذلك بقبول فرض العدم .

ونعرض فيما يلي ثلاث إختبارات هامة في هذا المجال وهي :

١ - إختبار كا^{٢} (١٩٠٠) .

٢ - إختبار كولمرجوروف (١٩٣٣) .

٣ - إختبار ليليفورز (١٩٦٧) .

ويعد إختبار ليليفورز حالة خاصة لإختبار كولموجوروف وبذلك يمكن عرض بعض الملاحظات للمقارنة بين إختبار كا^{٢} وإختبار كولموجوروف .

١ - كلاهما يعد من الإختبارات اللابارامترية ، والتي تتطلب قدراً قليلاً من الشروط .

٢ - لا يتطلب إختبار كا^{٢} أية شروط من شكل توزيع المجتمع بينما يشترط إختبار كولموجوروف أن يكون توزيع المجتمع مستمراً .

٣ - يمكن إستخدام إختبار كولموجوروف مع أي حجم عينة ، بينما يشترط إختبار كا^{٢} حدوداً دنيا لذلك .

٤ - يشترط إختبار كا^{٢} أن تكون البيانات في صورة توزيع تكراري ، بينما لا يشترط إختبار كولموجوروف ذلك ، ونتيجة لذلك يمكنه التعامل مع البيانات الأصلية وإستخدام كافة المعلومات المتاحة دون تحويلها .

٥ - يشترط إختبار كولموجوروف أن يحدد الفرض توزيع المجتمع بصورة كاملة ، أي شكل التوزيع وكل معالمه ، دون اللجوء إلى تقديرها من بيانات العينة ، إختبار كا^{٢} يمكن إستخدامه في هذه الحالات .

٦ - إختبار كولموجوروف - إختبار حقيقي حتى في حالة العينات الصغيرة ، بينما إختبار كا^{٢} يستخدم توزيع كا^{٢} وهو يعد توزيع تقريبي للتوزيع الحقيقي لإحصاء الإختبار .

٧ - هناك إعتقاد عام بأن إختبار كولموجوروف قد يكون أكبر قوة من إختبار كا^{٢} وذلك في معظم الحالات .

٢-١-١ إختبار كا^{٢}

يعد أقدم إختبار لجودة التوفيق . قدمه عالم الإحصاء بيرسون Peaorson عام ١٩٠٠ .

الإفتراضات

عينة عشوائية لمتغير مستوى قياسه إسمي يتم تبويب البيانات في فئات عددها م بكل فئة تكرار ك .

الفرض :

ف. : $ح(س) = ح^*(س)$

$ف_١$: $ح(س) \neq ح^*(س)$

ويمكن عرض الرموز المستخدمة ، وتنظيم العمليات الحسابية في الجدول الآتي :

الفئات	التكرار المشاهد	الاحتمال المفترض	التكرار المتوقع	
	ك	$ح^*$	$\bar{ك}$	$ك^٢/\bar{ك}$
١	$ك_١$			
٢	$ك_٢$			
م	$ك_م$			
	ن			

$ح^*$ = الاحتمال المفترض للفئة المناظرة .

$\bar{ك} = ن\,ح^*$ (٢-١)

إحصاء الإختبار :

$$ص = مجـ (ك - \bar{ك})^{٢} / \bar{ك} \qquad (٢-٢)$$

$$= مجـ ك^{٢} / \bar{ك} - ن \qquad (٢-٣)$$

وفي حالة التوزيع المنتظم تكون ك رقم ثابت وتصبح الصيغة .

$$ص = \frac{١}{\bar{ك}} مجـ ك^{٢} - ن \qquad (٢-٤)$$

توزيع المعاينة :

إن التوزيع الحقيقي للإحصاء ص يصعب التعامل معه ، ويستخدم كتقريب له في حالة العينات الكبيرة توزيع $كا^{٢}$ بدرجات حرية م - ١ .

قاعدة القرار

نرفض فرض العدم بمستوى معنوية مـ إذا كان .

$$ص > كا^{٢}_{م-١} \; (١ - مـ)$$

وخلاف ذلك نقبل الفرض

ملاحظات :

١ - إذا كان التوزيع المفترض غير محدد تماماً - نلجأ إلى تقدير المعالم من بيانات العينة . وفي هذه الحالة فإن درجات الحرية تنقص بقدر عدد المعالم المقدرة (وليكن ل) لتصبح درجات الحرية م - ١ - ل .

٢ - إذا كانت بعض التكرارات المتوقعة صغيرة (أصغر من ٥ ، حسب رأي البعض) يفضل إدماج الفئات مع بعضها وذلك حتى لا يبعد توزيع كا^{٢} عن التوزيع الحقيقي للإحصاء خاصة في الحالات التي يكون فيها عدد التكرارات المتوقعة الصغيرة ، كبيراً .

تطبيق (٢-١)

الجدول التالي يعرض ٢٠٠ أسرة عدد أطفالها خمس ، وقد تم إختيارها عشوائياً ويوضح الجدول عدد الأولاد الذكور . هل يتفق ذلك مع نظرية علماء الوراثة والتي تقضي أن هناك إحتمال متساو لأن يكون المولود ذكراً أو أنثى وأن جنيس المولود مستقلاً عن أي مولود آخر .

عدد الذكور	٠	١	٢	٣	٤	٥
عدد الأسر	٦	٣٦	٥٨	٦٦	٢٥	٩

الحل :

فرض العدم والمطلوب إختباره ، يمكن صياغته ليكون : عدد الذكور في الأسرة يتبع توزيع ذي الحدين بإحتمال قدره $\frac{١}{٢}$.

عدد الأولاد س	عدد الأسر ك	الإحتمال ح*(س)	التكرار المتوقع ك̄ = ن ح*	ك² / ك̄
٠	٦	٣٢/١	٦,٢٥	٥,٧٦٠
١	٣٦	٣٢/٥	٣١,٢٥	٤١,٤٧٢
٢	٥٨	٣٢/١٠	٦٢,٥٠	٥٢,٨٢٤
٣	٦٦	٣٢/١٠	٦٢,٥٠	٦٩,٦٩٦
٤	٢٥	٣٢/٥	٣١,٢٥	٢٠,٠٠٠
٥	٩	٣٢/١	١,٢٥	١٢,٩٦٠
	٢٠٠	١	٢٠٠	٢٠٣,٧١٢

$$ح^*(س) = \binom{ن}{س} ق^{س} ك^{ن-س} = \binom{٥}{س} \left(\frac{١}{٢}\right)^{٥} = \frac{١}{٣٢} \binom{٥}{س}$$

$$ص = مجـ \frac{ك^{٢}}{\bar{ك}} - ن = ٢٠٣,٧١٢ - ٢٠٠ = ٧,٧١٢$$

$$كا^{٢}_{م-١}(٠,٩٥) = كا^{٢}_{٥}(٠,٩٥) = ١١,٠٧$$

لا يوجد مبرر لرفض فرض العدم .

تطبيق (٢-٢)

تم سحب مجموعة من الأرقام مدونة في أحدى صفحات دليل التليفون (مع إستبعاد الأرقام الثابتة المتكررة) ، ولدراسة ما إذا كانت هذه الأرقام عشوائية تم أعداد جدول يوضح عدد مرات تكرار كل رقم من صفر إلى ٩ .

والمطلوب : إختبار ما إذا كانت الأرقام عشوائية بمستوى معنوية ٠٥,٠ .

الرقم	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
التكرار	١٨	١٨	١٨	١١	١١	١٥	٢١	١٤	١٨	٩

الحل :

يمكن صياغة فرض العدم على الصورة : إحتمال ظهور الأرقام متساو أي بإفتراض أن التوزيع منتظم ، وإحتمال ظهور أى رقم = $\frac{١}{١٠}$.

ويكون ك ثابت وهو $\frac{١}{١٠}$ ن = $\frac{١}{١٠}$(١٥٣) = ١٥,٣ .

ولذا نستخدم الإحصاء :

$$ص = \frac{١}{ك} \text{ مجـ } ك^{٢} - ن$$

مجـ $ك^{٢}$ = ٢٤٨١

$$ص = \frac{١}{١٥,٣} (٢٤٨١) - ١٥٣ = ٩,١٥٧$$

$$كا^{٢}_{١-١٠}(٠,٩٥) = كا^{٢}_{٩}(٠,٩٥) = ١٦,٩٢$$

∴ لا يوجد دليل كاف لرفض الفرض بأن الأرقام عشوائية .

تطبيق (٢-٣)

من أحد الجداول العشوائية تم سحب عينة من ٥٠ رقم ذو حدين وفيما يلي بيان بها ، والمطلوب بيان ما إذا كانت هذه العينة عشوائية .

٣٣	٩٢	٩٦	٨٨	٥١	٧٧	٩٩	٧٣	٢٩	٢٥
٦١	١٥	٣٩	٩٠	٨٥	٣٤	٣٥	٠٧	٧٤	٥٩
٤٣	٩٧	٤٦	١٠	٤٨	٩٣	٥٢	٨١	٥٥	٦٠
٦٣	٣٦	٧١	٩٥	٦٨	٧٠	٣٨	١٢	٧٦	٣٠
١٨	١٦	٦٦	٢٣	٢١	٠٣	٥٤	٣١	١٤	٣١

الحل :

إذا كانت الأرقام (من حدين) عشوائية ، فإنه إذا ما تم تبويبها في فئات عددها ١٠ وتغطي المدى من صفر إلى ٩٩ ، فإنها يجب أن تتفق مع التوزيع المنتظم ويصبح الفرض :

$ف_{.}$: أزواج الأرقام المشاهدة تتوزع منتظمة على عشرة فئات منتظمة مداها (٠ - ٩٩) .

$ف_{١}$: أزواج القيم لاتتوزع بطريقة منتظمة .

وبإعتبار الفرض صحيحاً فأن إحتمال ظهور رقم في أي فئة يساوي $\frac{١}{١٠}$.

التكرار المتوقع $\frac{١}{١٠}$ (٥٠) = ٥

وبخصوص التكرار المشاهد ، فإننا نقوم بإعداد توزيع تكراري ويمكن عرضه بالجدول التالي :

الفئات	ك	$ك^2$
٠ - ٩	٢	٤
١٠ - ١٩	٦	٣٦
٢٠ - ٢٩	٤	١٦
٣٠ - ٢٩	٩	٨١
٤٠ - ٤٩	٣	٩
٥٠ - ٥٩	٥	٢٥
٦٠ - ٦٩	٥	٢٥
٧٠ - ٧٩	٦	٣٦
٨٠ - ٨٩	٣	٩
٩٠ - ٩٩	٧	٤٩
	٥٠	٢٩٠

ص = مجـ $ك^2$ / $\bar{ك}$ - ن = ٢٩٠ / ٥ - ٥٠ = ٨

$كا^2_{م-١}$(١- α) = $كا^2_{٩}$(٠,٩٥) = ١٦,٩

إذن لا يوجد ما يبرر رفض الفرض بأن العينة العشوائية .

تطبيق (٢-٤)

البيانات التالية تمثل درجات مجموعة من طلبة الثانوية العامة تم إختيارها عشوائياً ، والمطلوب إختبار ما إذا كانت هذه الدرجات تتبع التوزيع الطبيعي وذلك بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

٦٤	٧٣	٣١	٥٧	٤٣
٧٧	٤٤	٢٩	٥٤	٦١
٢٤	٦١	٨١	٦٥	٥٨
٤٠	٥٦	٣٢	٦٢	٣٦
٥٨	٦٦	٢٣	٤٣	٥٨
٨٧	٣٧	٩٣	٧٤	٢٧
٤٢	٤٨	٦٨	٥٤	٣٣
٣٥	٥٧	٦٨	٤٥	٧٣
٧٠	٥٩	٨٩	٧٥	٢٣
٣٠	٩٧	٥٨	٤٨	٣٣

الحل :

هذه الأرقام هى مشاهدات لمتغير عشوائي يتبع التوزيع الطبيعي . والتوزيع الطبيعي له معلمتان المتوسط والتباين ، وهما غير محددتان هنا ويلزم تقديرهما .

ويمكن عرض الخطوات كما يلي :

١ - تبويب البيانات في فئات :

للتسهيل يمكن التقسيم إلى أربع فئات متساوية كما يلي :

الدرجات	ك
٢٠ - ٤٠	١٢
٤٠ - ٦٠	١٨
٦٠ - ٨٠	١٥
٨٠ - ١٠٠	٥
	٥٠

٢ - نقدر معالم المجتمع : المتوسط $\bar{س}$ والتباين Q^2

وذلك بإستخدام متوسط وتباين ، العينة $\bar{س}$ ، $ع^2$

$س^2 ك$	س ك	س	ك	الدرجات
١٠٨٠٠	٣٦٠	٣٠	١٢	٢٠ - ٤٠
٤٥٠٠٠	٩٠٠	٥٠	١٨	٤٠ - ٦٠
٧٣٥٠٠	١٠٥٠	٧٠	١٥	٦٠ - ٨٠
٤٠٥٠٠	٤٥٠	٩٠	٥	
١٦٩٨٠٠	٢٧٦٠		٥	المجموع

$$\bar{س} = \frac{مجـ}{ن} = \frac{٢٧}{٥٠} = ٥٥,٢$$

$$ع^2 = \frac{١}{ن - ١} \left[مجـ س^2 ك - \frac{(مجـ س ك)^2}{ن} \right]$$

$$= \frac{١}{٤٩} \left[١٦٩٨٠٠ - \frac{(٢٧٦٠)^2}{٥٠} \right] = ٣٥٦,٠٨٢$$

$$ع = \sqrt{٣٥٦,٠٨٢} = ١٨,٨٧$$

٣ - حساب التكرارات المتوقعة

بإستخدام القيم المقدرة للمعالم سَ ، عـ نقوم بحساب التكرارات المتوقعة في كل فئة بالجدول التكراري ، وكذا للقيم المتطرفة .

الدرجات	الحد الأدنى للفئة	سَ	ح*(سَ)	ح*	كَ
< ٢٠	٢٠	- ١,٨٦٥	٠,٠٣	٠,٠٣	١,٥
٢٠ - ٤٠	٤٠	- ٠,٨٠٦	٠,٢١	٠,١٨	٩,٠
٤٠ - ٦٠	٦٠	٠,٢٥٤	٠,٦٠	٠,٣٩	١٩,٥
٦٠ - ٨٠	٨٠	١,٣١٤	٠,٩١	٠,٣١	١٥,٥
٨٠ - ١٠٠	١٠٠	٢,٣٧٤	٠,٩٩	٠,٠٨	٤,٠
≤ ١٠٠				٠,٠١	٠,٥

س = $\frac{\text{س} - \text{سَ}}{\text{عـ}}$ هى الدرجة المعيارية ، والقيمة الأولى كمثال :

$$= \frac{٢٠ - ٥٥,٢}{١٨,٨٧} = -١,٨٦٥$$

ح* (سَ) هى قيمة الإحتمال المتجمع من جدول التوزيع الطبيعي .

ح* إحتمال أن يقع المتغير فى الفئة المناظرة - ويتم الحصول عليها بالطرح المتتالي من قيم الإحتمال المتجمع .

كَ = ٥٠ ح* ويمثل التكرار المتوقع بالفئة .

٤ - حساب إحصاء الإختبار ص :

إدماج الفئات :

بالنسبة للفئات التي يكون فيها التكرار المتوقع صغيراً يجب إدماجها في الفئات المجاورة لها وبعد ذلك يتم حساب الإحصاء ص .

الفئات	ك	$\bar{ك}$	$\frac{ك^2}{\bar{ك}}$
٤٠ >	١٢	١٠,٥	١٣,٧١٤
٤٠ - ٦٠	١٨	١٩,٥	١٦,٦١٥
٦٠ - ٨٠	١٥	١٥,٥	١٤,٥١٦
≤ ٨٠	٥	١,٥	٥,٥٥٥
			٥٠,٤٠٠

$$\text{ص} = \text{مجـ}\ \frac{\text{ك}^{2}}{\bar{\text{ك}}} - \text{ن}$$

$$= ٥٠,٤٠٠ - ٥٠ = ٠,٤٠٠$$

$$\text{كا}^{2}_{\text{م}-١-\text{ل}}(٠,٩٥) = \text{كا}^{2}_{٤-١-٢}(٠,٩٥) = \text{كا}^{2}_{١}(٠,٩٥) = ٣,٨٤١$$

لا يوجد ما يبرر رفض فرض العدم بأن الدرجات تتبع التوزيع الطبيعي .

٢-١-٢ إختبار كولموجورف

قدمه كولموجوروف Kolmogorov عام ١٩٣٣ كمنافس لإختبار كا٢ لإختبار جودة التوفيق حول توزيع المجتمع ح (س) . ويطلق على هذا الإختبار غالباً إختبار كولموجوروف - سمير نوف لعينة واحدة ، نظراً للتشابه بين إختبار كولموجوروف وإختبار سمير نوف (٢-٢-٢) .

الإفتراضات :

١ - مستوى قياس المتغير ترتيبي .

٢ - العينة عشوائية .

٣ - التوزيع المفترض ح*(س) مستمر .

٤ - التوزيع المفترض محدد تماماً - أي لا توجد معالم مجهولة .

في حالة عدم توفر أي من الشرطين الأخيرين ، فإن الإختبار يكون متحفظاً ، بمعنى أن مستوى المعنوية الحقيقي يكون على الأكثر مساوياً لمستوى المعنوية الاسمي .

الفرض(١) :

ف. : ح (س) = ح*(س)

ف١ : ح (س) ≠ ح*(س)

---

(١) قد يكون الإختبار من طرف واحد ، انظر ص ٣٤٧ (1980) Conover .

إحصاء الإختبار :

هو أكبر قيمة للفرق بين ح*(س) ، ح َ(س)

ض = أكبر | ح َ(س) - ح*(س) | (٢-٥)

حيث ح َ(س) هى التوزيع الإحتمالي للمجتمع والمحسوب من بيانات العينة .

توزيع المعاينة :

يوجد توزيع خاص للإحصاء أعلاه ، يسمى توزيع إحصاء كولموجوروف - وله جداول خاصة - كنموذج لها جدول - ١٧ من الجداول الإحصائية الملحقة .

ويعد هذا التوزيع - هو التوزيع الحقيق للإحصاء في حالة ما إذا كان التوزيع المفترض ح* (س) مستمراً . وخلاف ذلك فإن الجداول تعطي قيم تقريبية[١] .

قاعدة القرار :

نرفض فرض العدم بمستوى معينة هـ إذا كانت قيمة الإحصاء أكبر من القيمة الحرجة لتوزيع كولموجوروف لعينة حجمها ن ، أي إذا كان :

ص > $ك_{ن}$ (١ - هـ)

(١) توجد طرق للحصول على قيم حقيقية للقيم الحرجة للتوزيع عندما يكون التوزيع المفترض غير مستمر . انظر ص ٣٥٠ Conover (1980) .

تطبيق (٢-٥)

في دراسة لتنظيم أحد مراكز خدمة المرضى ، كان الإهتمام بوصف كيفية ورود المرضى على المركز - تم ملاحظة عينة من ١٠٠ ساعة وتسجيل معدل ورود المرضى في الساعة . وفي هذه البيانات تم عرض التوزيع التكراري الموضح أدناه . والمطلوب إختبار فرض أن معدل ورود المرضى يتبع توزيع بواسون .

عدد المرضى في الساعة	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	
التكرار	٣٠	٢٥	١٥	١٢	٥	٦	٢	١	٠	٠	٤	١٠٠

الحل :

الإختبار المناسب هو إختبار كولموجوروف . نحسب متوسط معدل ورود المرضى في الساعة = $\frac{٢٠٠}{١٠٠}$ = ٢ . وبالرجوع لجدول ٩ - توزيع بواسون حيث م = ٢ يمكن الحصول مباشرة على التوزيع الإحتمالي .

س	ل	الإحتمال		الإحتمال المتجمع		
		المشاهد ح (س)	بواسون ح*(س)	المشاهد ح (س)	بواسون ح*(س)	الفرق
٠	٣٠	٠,٣٠	٠,١٤	٠,٣٠	٠,١٤	٠,١٦
١	٢٥	٠,٢٥	٠,٢٧	٠,٥٥	٠,٤١	٠,١٤
٢	١٥	٠,١٥	٠,٢٧	٠,٧٠	٠,٦٨	٠,٠٢
٣	١٢	٠,١٢	٠,١٨	٠,٨٢	٠,٨٦	٠,٠٤
٤	٥	٠,٠٥	٠,٠٩	٠,٨٧	٠,٩٥	٠,٠٨
٥	٦	٠,٠٦	٠,٠٤	٠,٩٣	٠,٩٩	٠,٠٦
٦	٢	٠,٠٢	٠,٠١	٠,٩٥	١,٠٠	٠,٠٥
٧	١	٠,٠١	٠,٠٠	٠,٩٦	١,٠٠	٠,٠٤
٨	٠	٠,٠٠	٠,٠٠	٠,٩٦	١,٠٠	٠,٠٤
٩	٠	٠,٠٠	٠,٠٠	٠,٩٦	١,٠٠	٠,٠٤
١٠	٤	٠,٠٤	٠,٠٠	١,٠٠	١,٠٠	٠,٠٠
	١٠٠	١	١			

قيمة الإحصاء المشاهد = ١٦, ٠ .

بالرجوع لجدول ١٧ توزيع كولموجوروف وعند الإحتمال ٩٥, ٠ ، ن = ١٠٠
تجد أن القيمة الحرجة = $\frac{١,٣٦}{\sqrt{١٠٠}}$ = ١٣٦, ٠ .

وحيث أن قيمة الإحصاء المشاهد أكبر من القيمة الحرجة ، لذا نرفض فرض العدم ، أي نرفض إعتبار أن ورود المرضى على مركز الخدمة يتبع توزيع بواسون .

٢-١-٣ اختبار ليليفورز

قدمه ليليفورز Lilliefors عام ١٩٦٧ لاختبار فرض التوزيع الطبيعي عندما تكون معالم المجتمع (المتوسط والتباين) مجهولين .

ان اختبار كولموجوروف - يتطلب كما سبق ذكره أن يكون التوزيع المفترض محدداً تماماً - أي لا توجد معالم مجهولة - وخلاف ذلك يكون الاختبار متحفظاً . هذا بخلاف اختبار كا^{٢} فهو مرن بدرجة تسمع بتقدير بعض المعالم من بيانات العينة .

وقد تم تعديل اختبار كولموجوروف ليسمع بذلك أيضاً . أن احصاء الاختبار يظل كما هو ، ولكن الجداول التي تستخرج منها القيم الحرجة تختلف عنها - كما تختلف من توزيع لآخر .

الفرض :

ف$_{٠}$: المجتمع يتبع التوزيع الطبيعي

ف$_{١}$: المجتمع لا يتبع التوزيع الطبيعي

احصاء الاختبار

ص = أكبر | حَ (سَ) − ح* (سَ) | (٢ − ٦)

وهو مماثل لاحصاء اختبار كولموجوروف والفرق هو أننا نستخدم هنا الدرجات المعيارية سَ بدلاً من س .

$$س' = \frac{س - \bar{س}}{ء} \qquad (٢ - ٧)$$

حيث سَ ، ء هما تقديرا المتوسط الحسابي والتباين من بيانات العينة .

توزيع المعاينة :

الاحصاء أعلاه يتبع توزيعً ليليفورز لاختبار التوزيع الطبيعي ، بحجم عينة ن − وهناك جداول لهذا التوزيع (جدول − ١٨ بالجداول الاحصائية الملحقة) تغطي معظم الحالات العملية .

قاعدة القرار

نرفض فرض العدم بمستوى معنوية م إذا كانت قيمة الاحصاء أكبر من القيمة الحرجة لتوزيع ليليفورز الطبيعي لعينة حجمها ن ، أي إذا كان :

$$ص > ل_{ن} (١ - م)$$

تطبيق (٢ − ٦)

في أحد الدراسات الخاصة بالذكاء أجرى اختبار لمجموعة من الأشخاص ، وسجل العمر العقلي لكل منهم (بالشهر) كما يظهر بالبيان التالي :

٩٣	٨٧	١٠٨	١٠٠	٩٣	٩٩
١١٤	٩٥	١٠٦	٨١	٨٧	٨٩
٩٥	١١٣	١١١	١١٤	٩٣	١٠٨

فهل يتفق ذلك مع النظريات التي تقرر أن العمر العقلي يتبع التوزيع الطبيعي بمستوى معنوية ٥ ٪ .

الحل :

$ف_{0}$: توزيع المجتمع طبيعي

$ف_{1}$: التوزيع ليس طبيعي

اختبار ليليفورز هو الاختبار المناسب

الخطوات :

١ – تقدير المتوسط الحسابي والانحراف المعياري :

سَ = ٩٩,٢٢

ع = ١٠,٤٤

٢ – ترتب القيم ترتيباً تصاعدياً كما هو واضح بالجدول (س) .

٣ – تحول القيم إلى درجات معيارية سً = $\frac{\text{س} - \bar{\text{س}}}{\text{ع}}$.

٤ – يحسب التكرار المتجمع الصاعد النسبي لبيانات العينة حَ (سً) .

٥ – بدون التوزيع الاحتمالي الطبيعي : ح (س < سً) من جدول التوزيع الطبيعي .

٦ - نحسب الاحصاء وهو أكبر فرق بين الاحتمال المتوقع (المفترض) والمشاهد

ص = أكبو | حَ (سَ) - ح* (سَ) | = ١٥٥,٠

بالرجوع لجدول احصاء ليليفورز الطبيعي ، جدول ١٨ من الجداول الاحصائية الملحقة ، نجد أن :

$ل_{ن}$ (١ - م) = $ل_{١٨}$ (٠,٩٥) = ٠,٢٠٠

إذن لا نستطيع رفض فرض العدم ، ويظل فرض التوزيع الطبيعي قائماً .

العمر العقلي س	الدرجات المعيارية سَ	حَ(سَ)	ح* (سَ)	الفرق
٨١	١,٧٥ -	٠,٠٥٦	٠,٠٤١	٠,٠١٥
٨٧	١,١٧ -	٠,١١١	٠,١٢١	٠,٠١٠
٨٧	١,١٧ -	٠,١٦٧	٠,١٢١	٠,٠٤٦
٨٩	٠,٩٨ -	٠,٢٢٢	٠,١٦٤	٠,٠٥٨
٩٣	٠,٦ -	٠,٢٧٨	٠,٢٧٤	٠,٠٠٤
٩٣	٠,٦ -	٠,٣٣٣	٠,٢٧٤	٠,٠٥٩
٩٣	٠,٦ -	٠,٣٨٩	٠,٢٧٤	٠,١١٥
٩٥	٠,٤ -	٠,٤٤٤	٠,٣٤٥	٠,٠٩٩
٩٥	٠,٤ -	٠,٥٠٠	٠,٣٤٥	٠,١٥٥
٩٩	٠,٢٠ -	٠,٥٥٦	٠,٤٩٢	٠,٠٦٤
١٠٠	٠,٠٧	٠,٦١١	٠,٥٢٨	٠,٠٨٣
١٠٦	٠,٦٥	٠,٦٦٧	٠,٧٤٢	٠,٠٧٥
١٠٨	٠,٨٤	٠,٧٢٢	٠,٨٠٠	٠,٠٧٨
١٠٨	٠,٨٤	٠,٧٧٨	٠,٨٠٠	٠,٠٢٢
١١١	١,١٣	٠,٨٣٣	٠,٨٧١	٠,٠٣٨
١١٣	١,٣٢	٠,٨٨٩	٠,٩١٧	٠,٠١٨
١١٤	١,٤١	٠,٩٤٤	٠,٩٢١	٠,٠٢٣
١١٤	١,٤٤	١,٠٠٠	٠,٩٢٥	٠,٠٧٥

٢-٢ مقارنة توزيعان

يوجد عدد كبير من الإختبارات يستخدم لمقارنة التوزيعات ، والكثير منها معروض في هذا الكتاب مثل إختبار - ت وإختبار مان وتني وإختبار ولكوكسون ، غير أن هذه الإختبارات حساسة إزاء الفرق بين المتوسطات ولا تكشف عن الفروق الأخرى كالفرق في التشتت مثلاً . والإختبارات التي تقدم في هذا الفصل تعد أفضل فهي حساسة إزاء المتوسطات وأيضاً إزاء التشتت ، أي أنها مقارنة للتوزيع بأكمله ، ولذا تسمى إختبارات عامة لمقارنة توزيعي عينتين Generail two-Sample distribution . كما يطلق عليها أيضاً إختبارات جودة التوفيق لعينتين Two Sample goodness-of- fit tests حيث أنها تقيس مدى التوافق Compatability بين التوزيعين وذلك بين عينتين . ونعرض فيما يلي إختباران مهمان تعد بمثابة إمتداد لإختبارات جودة التوفيق لعينة والسابق عرضها :

١ - إختبار كا^{٢} .

٢ - إختبار سمير نوف .

٢-٢-١ إختبار كا٢

يستخدم لإختبار تماثل توزيعي مجتمعين وذلك إستناداً إلى عينتين عشوائيتين .

الإفتراضات :

١ - عيِنتان عشوائيتان ومستقلتان .

٢ - مستوى قياس المتغير إسمي .

الفروض :

ف. : التوزيعان متماثلان .

ف١ : التوزيعان غير متماثلان .

ويمكن عرض الرموز المستخدمة ، وتنظيم العلميات الحسابية كما يلي :

الفئات	عينة ١	عينة ٢	المجموع
١	ك١١	ك٢١	ك١.
٢	ك٢٢	ك٢٢	ك٢.
م	ك م١	ك م٢	ك م.
المجموع	ك.١	ك.٢	ن

إحصاء الإختبار

ص = مجـ (ك - كَ)٢ / كَ (٢-٨)

حيث ك هى التكرارات الفعلية

كَ التكرارات المتوقعة ، وتحسب بالصيغة .

كَ ر ل = (ك ر.) (ك .ل) / ن (٢-٩)

= (تكرار الصف) (تكرار العمود) / التكرار الكلي

توزيع المعاينة :

الإحصاء ص يتبع توزيع $كا^{٢}$ بدرجات حرية م −١

قاعدة القرار :

بمستوى معنوية ـه نرفض فرض العدم إذا كانت قيمة الإحصاء المشاهد أكبر من القيمة الحرجة لتوزيع $كا^{٢}$ بدرجات حرية م − ١ ، أي إذا كان :

$$ص > كا^{٢}_{م-١} (١ - ـه)$$

وكما سبق ذكره في إختبار $كا^{٢}$ لجودة التوفيق (٢-١-١) فإنه إذا كانت بعض التكرارات المتوقعة صغيرة (أصغر من ٥ حسب رأي الكثيرين) فإنه يفضل إدماج الفئات مع بعضها .

على أنه يجب ملاحظة الحالة الخاصة عندما يكون عدد الفئات ٢ فقط − حيث لا نستطيع دمج الفئات في حالة ما إذا كانت التكرارات المتوقعة صغيرة . وقد إقترح ييتز Yates إجراء تصحيح يسمى « تصحيح ييتز الإستمراريه » Yates' Correction for Continuity وذلك في حالة وجود أية تكرارات متوقعة صغيرة . وتصبح صيغة الإحصاء .

$$ص = مجـ (|ك - \bar{ك}| - ٠,٥)^{٢} / \bar{ك} \qquad (٢-١٠)$$

تطبيق (٢-٧)

في دراسة لتشغيل النساء في الصناعة ، كان من بين الإهتمامات إختبار الفرض بأن توزيع عدد أيام الغياب عن العمل للنساء المتزوجات يختلف معنوياً عن توزيع غياب النساء غير المتزوجات ، وقد تم جمع البيانات عن عام كامل لعينتين مستقلتين ، وتظهر كما في التوزيع التالي :

والمطلوب : إختبار فرض تماثل التوزيعان بمستوى معنوية ٥ ٪ .

عدد أيام الفئات	التكرار	
	المتزوجات	غير المتزوجات
٠ - ٣	٦٠	١٣٠
٤ - ٧	٢١	٥٠
٨ - ١١	١١	١٠
١٢ - ١٥	٤	٦
١٦ - ١٩	٣	٤
٢٠ فأكثر	١	٠
	١٠٠	٢٠٠

الحل :

س	$ك_1 (\bar{ك}_1)$	$ك_2 (\bar{ك}_2)$	المجموع
٠-٣	٦٠(٦٣,٣٣٣)	١٣٠(١٢٦,٦٦٧)	١٩٠
٤-٧	٢١(٢٣,٦٦٦)	٥٠ (٤٧,٣٣٣)	٧١
٨-١١	١١(٧,٠٠)	١٠ (١٤,٠٠٠)	٢١
١٢-١٥	٤ (٣,٣٢٣)	٦ (٦,٦٦٧)	١٠
١٦-١٩	٣ (٢,٣٣٣)	٤ (٤,٦٦٧)	٧
٢٠ فأكثر	١ (٠,٣٣٣)	٠ (٠,٦٦٧)	١
	١٠٠	٢٠٠	٣٠٠

ويلاحظ أنه تم دمج التكرارين الأخيرين .

قيمة إحصاء الإختبار ص = مجـ $\frac{(ك - \bar{ك})^2}{\bar{ك}}$

$$= \frac{(٦٠-٦٣,٦٦٦)^2}{٦٣,٦٦٦} + \frac{(٢١-٦٣,٦٦٦)^2}{٦٣,٤٤٤} + ... + \frac{(٤-٥,٣٣٤)^2}{٥,٣٣٤} = ٥,٣٤٠$$

ومن جدول ٥ - توزيع كا^2 وبإستخدام درجات حرية م - ١ = ٥-١=٤ (حيث تم دمج الفئتان الأخيرتان) .

$$كا^2_{٤}(٠,٩٥) = ٩,٤٨٨$$

وبذلك لا نستطيع رفض فرض العدم والذي يقضي بأن التوزيعان متماثلان .

تطبيق (٢-٨)

في دراسة مقارنة بين المدارس الخاصة والعامة ، كان من بنود الدراسة مقارنة التحصيل الدراسي في أحد الإختبارات ، وقد تم إختيار عينة عشوائية من كل مجموعة ، وظهرت البيانات كما في الجدول التالي .

والمطلوب : إختبار ما إذا كان توزيع الدرجات واحد في المدارس الخاصة والعامة بمستوى معنوية ١ ٪ .

الدرجات / المدارس	٠ – ٥٠	٥٠ – ٧٠	٧٠ – ٨٠	٨٠ – ١٠٠	
الخاصة	٦	١٤	١٧	٩	٤٦
العامة	٣٠	٣٢	١٧	١٣	٨٢
	٣٦	٤٦	٣٤	١٢	١٢٨

الحل :

التكرار المتوقع :

١٢,٩	١٦,٥	١٢,٢	٤,٣
٢٣,١	٢٩,٥	٢١,٨	٧,٧

ص = ٣,٦٩ + ٠,٣٨ + ١,٨٦ + ٥,١٤

+ ٢,٠٦ + ٠,٢١ + ١,٠٦ + ٢,٨٧ = ١٧,٣

كا$^{٢}_{(م-١)(د-١)}$ (٠,٩٥) = كا$^{٢}_{٣}$ (٠,٩٩) = ١١,٣

نرفض الفرض بمستوى معنوية ٠,٠١ .

نلاحظ أن مستوى المعنوية الفعلي أقل من ٠,٠٠١ .

تطبيق (٢-٩)

في مقارنة علاج جديد والعلاج القديم ، تم تجربتهما وسجلت النتائج التالية - والمطلوب إختبار فرض تماثل النتائج لكلا النوعين من العلاج بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

	العلاج الجديد	العلاج القديم	
تحسن	٨٨	٧٦	١٦٤
لم يتحسن	١٢	٢٤	٣٦
	١٠٠	١٠٠	٢٠٠

الحل :

نستخدم الصيغة (٢-١٠)

التكرارات المتوقعة

٨٢	٨٢
١٨	١٨

ص = ٥,٥^2/٨٢ + ٥,٥^2/١٨ + ٥,٥^2/٨٢ + ٥,٥^2/١٨ = ٤,١

كا$^2_1$(٠,٩٥) = ٣,٨٤٠

ولذا نرفض فرض تماثل النتائج بين نوعي العلاج - وبملاحظة نسب التحسن يكون العلاج الجديد أفضل من القديم .

٢-٢-٢ إختبار سميرنوف

قدمه سمير نوف Smirnov عام ١٩٣٩ لإختبار الفرض حول تماثل توزيعان .

الإفتراضات :

١ - العينتان عشوائيتان مستقلتان .

٢ - المتغير مستمر وقياسه ترتيبي على الأقل .

وإذا كان المتغير غير مستمر فإن الإختبار يصبح متحفظاً .

الفروض :

$ف_{.}$: $ح_{١}(س) = ح_{٢}(س)$

$ف_{١}$: $ح_{١}(س) \neq ح_{٢}(س)$

حيث $ح_{١}$ ، $ح_{٢}$ دالتي التوزيع المتجمع لكلا المتغيران ، وذلك للمجتمع .

إحصاء الإختبار

$$ص = أكبر \quad ح'_{١}(س) - ح'_{٢}(س) \qquad (٢-١١)$$

حيث $ح'_{١}$ ، $ح'_{٢}$ دالتى التوزيع المتجمع لكلا المتغيران ، وذلك من بيانات العينتان .

وتوجد جداول خاصة لهذا الإحصاء - جدول ١٩ من الجداول الإحصائية الملحقة - ويعرف بإسم توزيع إحصاء إختبار سمير نوف .

قاعدة القرار

نرفض ف. بمستوى معنوية مـ إذا زادت قيمة ص عن القيمة الحرجة ، أي :

$$ص > س_{ن_١ ، ن_٢}(مـ)$$

حيث $ن_١$ ، $ن_٢$ حجم العينتان .

تطبيق (٢-١٠)

المطلوب إستخدام إختبار سمير نوف لإختبار فرض تماثل التوزيعات في التطبيق (٢-٧) الخاص بمقارنة غياب المتزوجات بغير المتزوجات وذلك بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

الحل :

عدد أيام الغياب يمكن إعتباره غير مستمر ، إذ أن فترات الغياب ليست بالضرورة أن تكون أياماً كاملة (أعداد صحيحة) ولذا يمكن إعتبار الأرقام المعطاه مقربة فمثلاً ٤ أيام تمثل الفترة (٣,٥ على الأقل إلى أقل من ٤,٥) ، وذلك يمكن إعتبار المتغير مستمر .

نقوم بإيجاد دالتي التوزيع الإحتمالي ، كما هو موضح بالجدول التالي ، علماً بأن س تمثل الحد الأعلى الحقيقي للفئة .

س	$ك_١$	$ك_٢$	$ح_١(س)$	$ح_٢(س)$	الفرق
٣,٥	٦٠	١٣٠	٠,٦٠	٠,٦٥	٠,٠٥
٧,٥	٨١	١٨٠	٠,٨١	٠,٩٠	٠,٠٩
١١,٥	٩٢	١٩٠	٠,٩٢	٠,٩٥	٠,٠٣
١٥,٥	٩٦	١٩٦	٠,٩٦	٠,٩٨	٠,٠٢
١٩,٥	٩٩	٢٠٠	٠,٩٦	١,٠٠	٠,٠١
∞	١٠٠	٢٠٠	١,٠٠	١,٠٠	

ص = أكبر $|ح_١(س) - ح_٢(س)|$ = ٠,٠٩

بمستوى معنوية ٠,٠٥ نوجد $س_{..١، ..٢}(٠,٩٥)$

ونظراً لأن قيم $ن_١$ ، $ن_٢$ خارج حدود الجدول نستخرج تقريب العينات الكبيرة .

$$س_{..١، ..٢}(٠,٩٥) = ١,٣٦ \sqrt{\frac{ن_١ + ن_٢}{ن_١ن_٢}}$$

$$= ١٣٦ \sqrt{\frac{٣٠٠}{(٢٠٠)(١٠٠)}} \quad ٠,١٦٦$$

وبذلك لا نستطيع رفض فرض تماثل التوزيعات ، ويلاحظ أن هذا القرار يماثل ما تم التوصل إليه بإستخدام إختبار كا٢ في التطبيق (٢-٧) .

٢ - ٣ مقارنة عدة توزيعات

تعد هذه الحالة إمتداداً لحالة مقارنة توزيعين ، حيث يتم مقارنة عدة توزيعات لعدد من المجتمعات وذلك إستناداً إلى عينات مستقلة يتم سحب كل واحدة منها من المجتمع الذي ينتمي إليها .

ويوجد عدد من الإختبارات المتاحة في هذا الصدد منها :

١ - إختبار كا٢ .

٢ - إختبار سمير نوف .

ونكتفي فيما يلي بعرض إختبار كا٢ .

٢-٣-١ إختبار كا٢

يعد هذا الإختبار إمتداداً لإختبار كا٢ السابق عرضه لإختبار تماثل توزيعان - ويستخدم هنا لمقارنة عدة توزيعات لعدد (د) من العينات ويمكن ترتيب المشاهدات في مصفوفة تشابه الجدول التكراري المزدوج كما يلي :

العينات

الفئات	١	٢		ل		د	المجموع
١	ك١١	ك٢١		ل١ل		ك١د	ك١.
.	كر١	كر٢		لرل		ك	كر.
م	كر١	كن٢		لن ل		كن د	كن.
المجموع	ك.١	ك.٢		ك.ل		ك.د	ن

الفروض :

$ف_{.}$: توزيعات المجتمعات كلها متماثلة .

$ف_{١}$: توزيعات المجتمعات غير متماثلة .

إحصاء الإختبار

$$ص = مجـ (ك - \bar{ك})^{٢} / \bar{ك} \qquad (٢-١٢)$$

حيث ك التكرارات الفعلية ، $\bar{ك}$ التكرارات المتوقعة ، وتحسب بالصيغه

$$\bar{ك}_{رل} = \frac{(ك_{ر.}) (ك_{.ل})}{ن} \qquad (٢-١٣)$$

$$= \frac{(تكرار الصف) (تكرار العمود)}{التكرار الكلي}$$

توزيع المعاينة :

الإحصاء ص يتبع توزيع كا٢ بدرجات حرية

$$دح = (م - ١) (د - ١) \qquad (٢-١٤)$$

= (عدد الصفوف - ١) (عدد الأعمدة - ١)

قاعدة القرار :

بمستوى معنوية α نرفض فرض العدم إذا كانت قيمة الإحصاء المشاهد أكبر من القيمة الحرجة لتوزيع كا٢ بدرجات حرية (م - ١) (د - ١) .

تطبيق (٢-١١)

تقوم إحدى المؤسسات التعليمية الآتية بقبول الطلبه الجدد من تخصصات مختلفة ، وفيما يلي بيان بدرجات الإختبار في أحد الأعوام والمطلوب إختبار فرض تماثل توزيعات الدرجات في التخصصات المختلفة بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

التخصص / الدرجة	علوم إدارية	علوم هندسية	علوم أخرى	
أقل من ٥٠	٦	٤	٢٠	٣٠
٥٠ - ٧٠	٢٤	١٠	٤٦	٨٠
٧٠ - ٩٠	١٨	١٨	٢٤	٦٠
٩٠ - ١٠٠	١٢	٨	١٠	٣٠
	٦٠	٤٠	١٠٠	٢٠٠

الحل :

نحسب التكرارات المتوقعة كَ بالصيغة

$$\bar{ك} = \frac{(\text{تكرار الصف})\ (\text{تكرار العمود})}{\text{التكرار الكلي}}$$

الدرجة \ التخصص	علوم إدارية	علوم هندسية	علوم أخرى
أقل من ٥٠	٩	٦	١٥
٥٠ - ٧٠	٢٤	١٦	٤٠
٧٠ - ٩٠	١٨	١٢	٣٠
٩٠ - ١٠٠	١٢	٦	١٥
			١٠٠

ص = مجـ (ك - كَ)^{٢}/كَ

= (٦-٩)^{٢} + (٤-٦)^{٢}/٦ + ... + (١٠-١٥)^{٢}/١٥ = ١٤,٠٢

درجات الحرية = ٢ × ٣ = ٦

بالرجوع لجدول توزيع كا^{٢} - جدول ٥ نجد أن كا$^{٢}_{٦}$(٠,٩٥) = ١٢,٥٩٢

وحيث أن قيمة الإحصاء المشاهدة أكبر من القيمة الحرجة ، نرفض فرض العدم والذي يقضي بتماثل توزيع الدرجات بين التخصصات المختلفة .

الباب الثالث

الاستقراء عن المتوسطات

نعرض في هذا الباب أساليب الأستقراء عن المتوسطات الحسابية . والمتوسطات تعد من أهم المعالم التي تكون دائماً محل إهتمام من الباحثين ، سواء كان ذلك بالنسبة لمتوسط مجتمع معين أو للمقارنة بين المتوسطات لعدة مجتمعات . وسيتم تقسيم هذه الأساليب إلى ثلاثة أقسام ، الأول لأساليب الأستقراء حول متوسط المجتمع ، والثاني أساليب المقارنة بين متوسطين والثالث لأساليب المقارنة بين عدة متوسطات (مجتمعات) . كما نجرى تقسيم آخر داخلي في هذه الأقسام ، حسب الهدف من الاستقراء ، أي إلى أساليب للتقدير وأساليب لاختبارات الفروض . وفي كل مجموعة جزئية من هذه المجموعات نعرض عدة أساليب ، محاولين ترتيبها ترتيباً تنازلياً حسب مدى جودة الأسلوب من ناحية توافر عدد من الصفات المرغوب فيها . كما أنه مع كل أسلوب نوضح شروطه أو متطلباته ، والتي يلزم توفرها حتى يكون استخدامه مشروعاً ومنطقياً . كما أنه في حالة عدم توفر بعض الشروط في أسلوب معين ، يكون ذلك مؤشراً للباحث لينتقل إلى الأسلوب الذي يليه .

٣-١ الأستقراء حول متوسط المجتمع

نعرض في هذا الفصل أساليب الأستقراء المتعلقة بمتوسط المجتمع . وقد تم تخصيص قسم لأساليب التقدير وآخر لاختبارات الفروض .

٣-١-١ تقدير متوسط المجتمع Estimation

يعد تقدير متوسط المجتمع من المؤشرات أو الخواص الهامة التي يسعى إليها الباحث في سبيل وصف متغيراته ، مثال ذلك ، متوسط دخل الفرد أو الأسرة أو العامل ، متوسط سعر السلعة ، متوسط إنتاج العامل ، أو الفدان ، أو الآله ، متوسط ساعات العمل ، متوسط سن الزواج ، متوسط وقت أداء عملية إنتاجية أو جراحية ، متوسط وزن سلعة أو قطعة غيار أو متوسط طولها أو قطرها أو أي من أبعادها ، ... الخ .

ويختلف أسلوب تقدير متوسط المجتمع حسب ما إذا كان تباين المجتمع معلوماً أو غير معلوم ، وذلك بسبب اختلاف توزيع المعاينة للاحصاء المستخدم في التقدير . ونعرض فيما يلي كل من هاتين الحالتين .

٣-١-١-١ تقدير متوسط المجتمع إذا كان التباين معلوماً

تم عرض هذه الحالة كنموذج بصورة تفصيلية مع تطبيقات في الجزء الثاني من الكتاب[١] ، ونقتصر هنا على عرض الصيغ المستخدمة في التقدير .

$$\text{ح}\left(\bar{\text{س}} + \text{ل}\,\sigma_{\bar{\text{س}}} > \bar{\text{س}} > \bar{\text{س}} - \text{ل}\,\sigma_{\bar{\text{س}}}\right) = \text{ث} \qquad (٣-١)$$

(١) الإحصاء والأستقراء ، منطق الأستقراء ، القسم (٢-٢-٢) .

حيث $\bar{\bar{\text{س}}}$ متوسط المجتمع ، $\bar{\text{س}}$ متوسط العينة ، ل معامل الثبات ، ث درجة الثقة . ويمكن كتابة حدى الثقة على الصورة .

$$\text{حدى الثقة} = \bar{\text{س}} \pm \text{ل}\, \sigma_{\bar{\text{س}}} \qquad (\text{٣-٢})$$

$$\text{حيث}\quad \sigma_{\bar{\text{س}}} = \frac{\sigma_{\text{س}}}{\sqrt{\text{ن}}} \sqrt{\frac{\text{ن} - \text{ن}}{\text{ن} - ١}} \qquad (\text{٣-٣})$$

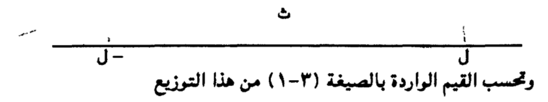
$$= \frac{\sigma_{\text{س}}}{\sqrt{\text{ن}}} \qquad (\text{٣-٤})$$

وتستخدم الصيغة الأخيرة ، أي بتجاهل المقدار $\frac{\text{ن} - \text{ن}}{\text{ن} - ١}$ ويسمى معامل تصحيح المجتمع المحدود ، في حالة سحب العينة مع أرجاع الوحدات المسحوبة ، وكذا في حالة المجتمع الكبير ، وكذا في الحالات التي يكون فيها حجم العينة صغيراً بالنسبة لحجم المجتمع أي في حالة ما إذا كان $\frac{\text{ن}}{\text{ن}}$ < ١, ٠ .

وفي هذه الحالة حيث تباين المجتمع معلوم يكون توزيع المعاينة لمتوسط العينة $\bar{\text{س}}$ هو التوزيع الطبيعي ط ($\bar{\text{س}}$ ، $\sigma_{\bar{\text{س}}}$) ويكون الإحصاء :

$$\text{ص} = \frac{\bar{\text{س}} - \bar{\bar{\text{س}}}}{\sigma_{\bar{\text{س}}}} \qquad (\text{٣-٥})$$

يتبع التوزيع الطبيعي المعياري



ونحسب القيم الواردة بالصيغة (٣-١) من هذا التوزيع

٣-١-١-٢ تقدير المتوسط إذا كان التباين غير معلوم

غالباً يكون تباين المجتمع $\sigma^{٢}_{س}$ غير معلوم ، ولذا فإنه يقدر من العينة باستخدام الصيغة[1] التالية :

$$ء^{٢}_{س} = \frac{١}{ن - ١} \left[مجـ س^{٢} - \frac{(مجـ س)^{٢}}{ن} \right] \qquad (٣-٦)$$

ونستخدم $ء_{\bar{س}}$ بدلاً من $\sigma_{\bar{س}}$ في الصيغة (٣-١) والخاصة بتقدير متوسط المجتمع ، ويتم حسابه بصيغ مماثلة للصيغ (٣-٣) ، (٣-٤) .

توزيع المعاينة :

تقرر النظريات الإحصائية أنه في حالة سحب عينة عشوائية بسيطة حجمها ن من مجتمع يتبع التوزيع الطبيعي فإن الإحصاء .

$$ص = \frac{\bar{س} - \bar{س}}{\sigma_{\bar{س}}} \qquad (٣-٧)$$

يتبع توزيع[2] ت بدرجات حرية ن - ١

درجات الحرية :

درجات الحرية (د.ح) Degrees of freedom (d.f.) مفهوم إحصائي ، تعرف بأنها عدد المشاهدات التي يبنى عليها إحصاء ما ناقصا عدد القيود الموضوعة على هذه المشاهدات ، أي عدد المشاهدات المستقلة .

(١) راجع القسم ٢-١-٣ الجزء الثاني ، منطق الأستقراء .
(٢) راجع القسم ٢-٤-٥ الجزء الأول ، أسس الأستقراء .

ملاحظات :

(١) توجد اختبارات إحصائية لتحديد ما إذا كان التوزيع[1] طبيعياً .

(٢) يمكن استخدام توزيع ت أيضاً إذا كان توزيع المجتمع قريب من التوزيع الطبيعي ، حيث يكون الأثر من ذلك يمكن إهماله .

(٣) إذا كان حجم العينة كبيراً ، أكبر من ٥٠ مثلاً يقترب توزيع ت من التوزيع الطبيعي - ويمكن استخدام هذا الأخير .

(٤) في حالة المجتمعات ذات الألتواء الشديد ، مع حجم عينة صغيرة فإن الإجراءات السابقة لا يصح تطبيقها .

تطبيق (٣-١)

في بحث طبي على أحد المجتمعات - كان وقت تخثر الدم (Clotting time) من المعلومات المطلوب تحديدها .

تم سحب عينة عشوائية من إحدى عشر حالة - وسجلت الأوقات التالية بالدقيقة .

١٠,٩	٧,٩	١١,٣	٩,٤	١١,٥	١١,٣
١١,٩	١٥	١٢,٧	١٢,٣	٨,٦	

فإذا علم أن وقت تخشقر الدم يتبع التوزيع الطبيعي ، أوجد ٩٥ ٪ فترة ثقة لمتوسط وقت تخثر الدم في كل من الحالات التالية :

(أ) إذا علم أن تباين المجتمع هو ٣,٥ .

(ب) إذا لم يكن التباين معلوماً .

(١) راجع الأستقراء حول التوزيع ، الباب الأول .

(أ)

$$\text{حدى الثقة} = \bar{س} \pm ط \frac{\sigma_{\bar{س}}}{\sqrt{ن}}$$

$$= ١١,١٦٤ \pm ١٩٦ \frac{١,٨٧١}{\sqrt{١١}}$$

$$= ١١,١٦٤ \pm ١,١٠٦$$

حدود الثقة = (١٢,٣ ، ١٠)

(ب)

$$ء^٢ = ٣,٩٤٧$$

$$ء = ١,٩٨٧$$

$$\text{حدى الثقة} = \bar{س} \pm ت_{ن-١} \frac{ء}{\sqrt{ن}}$$

$$= ١١,١٦٤ \pm ٢,٢٢٨ \frac{١,٩٨٧}{\sqrt{١١}}$$

$$= ١١,١٦٤ \pm ١,٣٣٥$$

حدى الثقة = (١٢,٥ ، ٩,٨)

تطبيق (٣-٢)

في دراسة لمستوى الأجور في أحد المجتمعات قام أحد الباحثين الاجتماعيين بسحب عينة عشوائية من العاملين ، وكانت أجورهم (بالألف ريال) كما يلي :

٦ ، ٥ ، ٧ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٤ ، ٧ ، ٤

والمطلوب تقدير متوسط الأجور في المجتمع بدرجة ثقة ٩٥ ٪ إذا علم أنه مجتمع كبير ويتبع التوزيع الطبيعي .

$$\bar{س} = \frac{\text{مجـ س}}{ن} = ٥,٣٣٣$$

$$ع_{س}^{٢} = \frac{١}{ن - ١} \left[\text{مجـ س}^{٢} - \frac{(\text{مجـ س})^{٢}}{ن} \right] = ١,٥$$

$$ع_{س} = \sqrt{١,٥} = ١,٢٢٥$$

$$\text{حدود الثقة} = \bar{س} \pm ت_{٨} \; ع_{\bar{س}}$$

$$= \bar{س} \pm ت_{٨} \frac{١,٢٢٥}{\sqrt{٩}}$$

$$= ٥,٣٣٣ \pm ٢,٣٠٦ \; (٠,٤٠٨)$$

$$= ٥,٣٣٣ \pm ٠,٩٦٤$$

الحد الأعلى = ٥,٣٣٣ + ٠,٩٦٤ = ٦,٢٩٧

الحد الأدنى = ٥,٣٣٣ - ٠,٩٦٤ = ٤,٣٦٩

تطبيق (٣-٣)

في دراسة لعدد حوادث السيارات في أحد المجتمعات - تم اختيار عدة مدن عشوائياً . وكان عدد الحوادث في اليوم كما يلي : ٢٥ ، ٣٠ ، ١٢ ، ١٩ ، ٢٤ والمطلوب تقدير متوسط عدد الحوادث في المجتمع بدرجة ثقة ٩٠٪ . إذا علم أن المجتمع كبير ويتبع التوزيع الطبيعي

$$\text{حدود الثقة} = \bar{س} \pm ت_{٤} \; ع_{\bar{س}}$$

$$\bar{س} = \frac{١١٠}{٥} = ٢٢$$

$$ع^{٢} = \frac{١}{٤} \left[٢٦,٦ - \frac{(١١٠)^{٢}}{٥} \right] = ٤٦,٥$$

$$ع = \sqrt{٤٦,٥} = ٦,٨١٩$$

حدود الثقة = ٢٢ $\pm$ ٢,١٣٢ (٦,٨١٩) / $\sqrt{٥}$

= ٢٢ $\pm$ ٦,٥

حدود الثقة = (٢٨,٥ ، ١٥,٥)

تطبيق (٣-٤)

في دراسة للأسرة في أحد المجتمعات قام أحد الباحثين بسحب عينة عشوائية وكان دخل الأسرة الشهري كما يلي (بالألف ريال) :

٥ ، ٤ ، ٧ ، ٥ ، ٤

٦ ، ٧ ، ٦ ، ٤

والمطلوب تقدير متوسط دخل الأسرة في هذا المجتمع بدرجة ثقة ٩٥٪ إذا علم أن مجتمع كبير ويتبع التوزيع الطبيعي .

$$\bar{س} = \frac{مجـ س}{ن} = \frac{٤٨}{٩} = ٥,٣٣٣$$

$$ع_{س}^{٢} = \frac{١}{٨} \left[٢٦٨ - \frac{(٤٨)^{٢}}{٩} \right] = ١,٥$$

حدى الثقة = $\bar{س} \pm ت_{٨} \; ع_{\bar{س}}$

$= ٥,٣٣٣ \pm ٢,٣٠٦ \sqrt{\frac{١,٥}{٩}}$

$= ٥,٣٣٣ \pm ٠,٩٤١$

الحد الأدنى = ٥,٣٣٣ − ٠,٩٤١ = ٤,٣٩٢

الحد الأعلى = ٥,٣٣٣ + ٠,٩٤١ = ٦,٢٧٤

٣-١-٢ اختبارات الفروض حول متوسط المجتمع

تعد اختبارات الفروض حول متوسط المجتمع من الأهداف البحثية الهامة ، وفيما يلي أمثلة لبعض الفروض :

متوسط إنتاج العامل ٥٦ وحدة في الأسبوع .

متوسط دخل الأسرة الشهري في مجتمع معين أكثر من ألف جنيه .

متوسط وقت عملية جراحية معينة ١٥ دقيقة .

متوسط عدد الحوادث في اليوم أكثر من ٢٥ .

متوسط درجات الطلبة في مجتمع معين أكبر من ٧٥ .

ونعرض فيما يلي مجموعة من الاختبارات كلها موجهة نحو اختبار الفرض بأن متوسط المجتمع يساوى قيمة معينة ، غير أن كل اختبار يتطلب شروطاً معينة ، وفي حالة عدم توفرها نلجأ إلى تطبيق الاختبار التالي له وهكذا ويعد الاختبار الطبيعي واختبار ت من الاختبارات المعلمية Parametric بينما يعتبر الاختبارين الأخيرين ، ولكوكسون والإشارة من الاختبارات اللامعلمية Non Parametric .

٣-١-٢-١ الاختبار الطبيعي Normal test

هذا الاختبار تم عرضه كنموذج مع تطبيقات إيضاحية في الجزء الثاني من الكتاب . وفيما يلي نعيد عرض خطوات الاختبار حتى يكون هذا الجزء وهو مخصص لأساليب الأستقراء شاملاً لكافة الأساليب .

خطوات الإختبار

(١) المشكلة :

إختبار الفرض بأن المتوسط الحسابي للمجتمع سَ يساوي قيمة معينة سَ.

(٢) الإفتراضات :

أ - عينة عشوائية بسيطة .

ب - مستوى القياس للمتغير فتري Interval .

جـ - تباين المجتمع معلوم .

(٣) فرض العدم :

ف. : سَ = سَ.

وهذا يكافئ تماماً إستخدام الصيغة سَ ≥ سَ. أو سَ ≤ سَ. على التوالي بالنسبة للفروض البديلة (أ) أو (ب) الموضحة أدناه .

(٤) الفرض البديل :

وهذا قد يأخذ أحد الصور التالية :

(أ) $ف_١$: $\bar{س} > \bar{س}_.$.

(ب) $ف_١$: $\bar{س} < \bar{س}_.$.

(جـ) $ف_١$: $\bar{س} \neq \bar{س}_.$.

(٥) إحصاء الإختبار

$$ص = \frac{\bar{س} - \bar{س}_.}{\sigma_{\bar{س}}} \qquad (٣-٨)$$

حيث $\bar{س}$ هو متوسط العينة

$$\sigma_{\bar{س}} = \frac{\sigma}{\sqrt{ن}} \qquad (٣-٩)$$

وفي حالة السحب مع الإرجاع ، أو إذا كانت $\frac{ن}{ن} < ٠,١$.

$$\sigma_{\bar{س}} = \sqrt{\frac{\sigma^٢}{ن} \left(\frac{ن - ن}{ن - ١} \right)} \qquad (٣-١٠)$$

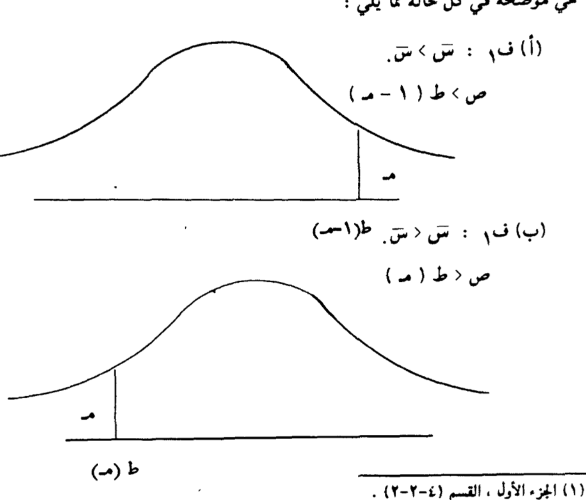
في حالة السحب بدون إرجاع

(٦) توزيع المعاينة

تقرر النظريات[1] الإحصائية أن $\bar{س}$ يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط قدره $س_.$ وانحراف معياري $\sigma_{\bar{س}}$. وبذلك فإن توزيع المعاينة للإحصاء ص يكون هو التوزيع الطبيعي المعياري .

(٧) قاعدة القرار

بفرض أن مستوى المعنوية (هـ) ، يقبل فرض العدم إذا وقعت قيمة ص في منطقة القبول . ويرفض فرض العدم إذا وقعت قيمة ص في منطقة الرفض ، وكما هي موضحة في كل حالة مما يلي :

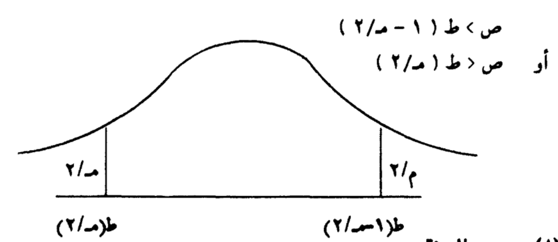


(١) الجزء الأول ، القسم (٤-٢-٢) .

(جـ) ف١ : سَ ≠ سَ.

ص > ط (١ - م/٢)

أو ص < ط (م/٢)



(٨) سحب العينة

تسحب عينة عشوائية بسيطة من المجتمع .

(٩) قيمة الإحصاء

يتم حساب قيمة الإحصاء المشاهدة كما هو موضح في الخطوة (٥) .

(١٠) نتيجة الاختبار

وتحدد كما هو موضح في الخطوة (٧) .

٣-١-٢-٢ اختبار ت T-test

غالباً يكون تباين المجتمع غير معلوم . وإذا كان حجم العينة كبيراً فإنه يمكن استخدام الاختبار الطبيعي . ولكن إذا كان حجم العينة صغيراً فإننا نستخدم اختبار ت وهو يشابه الاختبار الطبيعي في كافة خطواته غير أنه يستخدم التوزيع ت بدلاً من التوزيع الطبيعي .

الافتراضات :

(١) العينة عشوائية بسيطة .

(٢) العينة مسحوبة من مجتمع يتبع التوزيع الطبيعي . وهذا الافتراض يجب التحقق منه باستخدام اختبار إحصائي مناسب ، كاختبار ليليفورز[١] Lilliefors test .

(٣) مستوى القياس فترى

تطبيق (٣-٥)

باستخدام بيانات العينة في تطبيق (٣-١) والخاص بوقت تخثر الدم ، وإذا كان التباين غير معلوم ، المطلوب اختبار الفرض :

$ف_٠$: متوسط وقت تخثر الدم يساوى عشر دقائق

$ف_١$: المتوسط لا يساوى عشر دقائق .

وذلك بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

بالرجوع للحل بالتطبيق السابق نجد أن :

$\bar{س} = ١١,١٦٤$

$ء = ١,٩٨٧$

الإحصاء المستخدم هنا هو :

$$ص = \frac{\bar{س} - \bar{س}_٠}{ء / \sqrt{ن}} = \frac{١١,١٦٤ - ١٠}{١,٩٨٧ / \sqrt{١١}} = ١,٩٤٢$$

(١) راجع الاستقراء حول التوزيع ، الباب الأول .

وحيث أن هذا الرقم أقل من $ت_{١}$ (٠,٩٧٥) = ٢,٢٢٨ فإننا لا نرفض فرض العدم .

تطبيق (٣-٦)

في أحد المصانع يستغرق إنتاج الوحدة ٣٥ دقيقة ، ولغرض تخفيض وقت الإنتاج تم تدريب بعض العمال ، وقد سجلت أوقات الإنتاج التالية من عينة عشوائية : ٢٧ ، ٢٨ ، ٢٩ ، ٣٤ ، ٣٣ ، ٣٥ ، ٢٦ ، ٣١ ، ٣٦

فهل يعني ذلك أن التدريب يخفض من وقت الإنتاج ؟

ملحوظة : استخدم مستوى معنوية ١ ٪

$ف_{.}$: $\bar{س}$ = ٣٥ $ف_{١}$: $\bar{س}$ < ٣٥

$$ت = \frac{\bar{س} - \bar{س}_{.}}{ع_{\bar{س}}}$$

$$\bar{س} = \frac{٢٧٩}{٩} = ٣١ \quad ، \quad ع^{٢}_{س} = ١٣,٥ \quad ، \quad ع_{س} = ٣,٦٧$$

$$ت = \frac{٣١ - ٣٥}{٣,٦٧ / ٣} = - ٣,٢٦$$

$$ت_{٨} (٠,٠١) = - ت_{٨} (٠,٩٩) = - ٢,٨٩٦$$

وبذلك نرفض فرض العدم ، أي أن وقت الإنتاج ينخفض بتدريب العمال .

٣-١-٢-٣ اختبار ولكوكسون Wilcoxon test

في حالة عدم توافر شروط اختبار ت يعد اختبار ولكوكسون (١٩٤٥) أفضل اختبار متاح لاختبار الفرض حول المتوسط . وكفاءة هذا الاختبار ٩٥٥, ٠ بالنسبة لاختبار ت وفي بعض الحالات تصل إلى واحد صحيح .

الافتراضات :

(١) عينة عشوائية بسيطة .

(٢) المتغير قياسه فترى Interval .

(٣)توزيع المجتمع متماثل أو قريب من التماثل . إن هذا الافتراض يجعل الاختبار ملائماً لكل من الوسيط والمتوسط الحسابي باعتبار أنه بهذا الشرط تتساوى قيمتيهما .

فرض العدم : ف. : سَ = سَ.

الفرض البديل : قد يكون أحد الصيغ التالية :

(أ) ف١ : سَ > سَ.

(ب) ف١ : سَ < سَ.

(جـ) ف١ : سَ ≠ سَ.

احصاء الاختبار :

(١) تحسب الفروق (ف) بين قيم المشاهدات وبين المتوسط المفترض .

ف = س - سَ. (٣-١١)

(٢) يتم تجاهل الفروق الصفرية ، وتعطي الفروق المتبقية رتباً حسب ترتيبها تصاعدياً بعد تجاهل الإشارة . وفي حالة وجود قيم مكررة فإن كل منها تعطي رتبة تعادل المتوسط الحسابي لرتب القيم المكررة .

(٣) احصاء ولكوكسون ونرمز له بالرمز و ، يعرف بأنه مجموع الرتب الموجبة ، وهو متغير عشوائي متقطع Discrete أو غير مستمر .

توزيع المعاينة :

باعتبار أن فرض العدم صحيح مع توافر الافتراضات الموضحة أعلاه ، فإن إحصاء ولكوكسون يتبع توزيع احتمالي خاص يطلق عليه توزيع احصاء ولكوكسون للرتب المؤشرة (الجداول الإحصائية - جدول ١٠) .

قاعد القرار :

بفرض أن مستوى المعنوية مـ ، تكون قاعدة القرار كما يلي ، وهي تتوقف على الفرض البديل .

الفرض البديل	نرفض الفرض إذا كان :
سَ › سَ٠	و ≥ و٠ حيث ح (و ≥ و٠) ≥ مـ
سَ ‹ سَ٠	و ≤ و٠ حيث ح (و ≤ و٠) ≥ مـ
سَ ≠ سَ٠	و ≥ و١ حيث ح (و ≥ و١) ≥ مـ/٢
	و ≤ و٢ حيث ح (و ≤ و٢) ≥ مـ/٢

ويجب ملاحظة أن الجدول الخاص بتوزيع احصاء ولكوكسون جدول (١٠) ، يعرض فقط جانباً واحد وهو ح (و ≤ و١) غير أن المعلومات عن الجانب الآخر يمكن الحصول عليها من العلاقة :

$$و_٢ = \frac{ن (ن + ١)}{٢} - و_١ \qquad (٣-١٢)$$

تطبيق (٣-٧)

تقوم إحدى شركات الأدوات الكهربائية بإنتاج وتسويق اللمبات الكهربائية ذات المائة واط - وتدعى الشركة أن كمية الكهرباء التي تستهلكها اللمبة في عشرة دقائق أقل من ٥٠ وحدة . تريد إحدى الهيئات استيراد كميات كبيرة من هذه اللمبات بشرط أن تكون كمية الكهرباء أقل من ٥٠ وحدة . قامت الهيئة بتجربة ١٢ لمبة وسجلت كمية الكهرباء المستهلكة كما يلي : ٤٩,٢ ، ٤٩,١ ، ٤٨,٨ ، ٤٩,٧ ، ٥١,٨ ، ٤٩,٣ ، ٤٨,٩ ، ٤٨,٧ ، ٤٩,٦ ، ٤٩,٤ ، ٤٩,٠ ، ٥١,٥ . والمطلوب اختبار الفرض المناسب بمستوى معنوية ٠,٠١ إذا علم أن توزيع المجتمع متماثل .

الحل : يمكن اختبار الفرض حول المتوسط الحسابي أو الوسيط وذلك باعتبار أنهما يتساويان في التوزيعات المتماثلة .

$ف_٠ : \bar{س} = ٥٠$

$ف_١ : \bar{س} < ٥٠$.

احصاء الاختبار :

من المناسب استخدام اختبار ولكوكسون . نحسب الفروق س − ٥٠

−٠,٨ ، −٠,٩ ، −١,٢ ، −٠,٣ ، ١,٨ ، −٠,٧ ، −١,١ ، −١,٣ ، −٠,٤ ، −٠,٦ ، −١ ، ١,٥ وتكون الرتب المناظرة كما يلي (دون مراعاة الأشارة) ٥ ، ٦ ، ٩ ، ١ ، ١٢ ، ٤ ، ٨ ، ١٠ ، ٢ ، ٣ ، ٧ ، ١١ ويكون مجموع الرتب الموجبة = ١٢ + ١١ = ٢٣ وهذه هي قيمة احصاء ولكوكسون المشاهدة .

وبالرجوع لكتاب الجداول الاحصائية ، جدول ١٠ والخاص بتوزيع احصاء ولكوكسون نجد أن : ح (و ≤ ٩) = ٠,٠٠٨١ .

أي أن الهيئة لا تستطيع رفض فرض العدم ، أي أنها لن تقوم بالشراء .

تطبيق (٣−٨)

تقوم إحدى الشركات تعليب الطماطم وبيعها في عبوات تزن الواحدة ٤٦ أوقية وليس من المرغوب فيه أن يكون متوسط وزن العبوة أكبر أو أقل من ٤٦ أوقية تم سحب عينة عشوائية من ١٠ عبوات وكان وزنها كما يلي :

٤٥,٦٣	٤٥,٨٢	٤٥,٧٧	٤٥,٨٠	٤٦,٢١
٤٦,٠٧	٤٦,١٦	٤٥,٩١	٤٥,٨٧	٤٦,٠٣

والمطلوب اختبار الفرض أن المتوسط هو ٤٦ باستخدام اختبار ولكوكسون للرتب بالإشارة مستخدماً ٥٪ مستوى معنوية .

الحل :

$ف_{.}$: $\bar{س}$ = ٤٦

$ف_{١}$: $\bar{س}$ ≠ ٤٦

س	س − ٤٦	الرتبة (بدون إشارة)
٤٥,٦٣	− ٠,٣٧	١٠
٤٥,٨٢	− ٠,١٨	٦
٤٥,٧٧	− ٠,٢٣	٩
٤٥,٨٠	− ٠,٢٠	٧
٤٦,٢١	+ ٠,٢١	٨
٤٦,٠٧	+ ٠,٠٧	٢
٤٦,١٦	+ ٠,١٦	٥
٤٥,٩١	− ٠,٠٩	٣
٤٥,٨٧	− ٠,١٣	٤
٤٦,٠٣	+ ٠,٠٣	١

و = مجموع الرتب الموجبة = ١٦

ح (و ≥ ٨) = ٠,٠٢٤٤ ، أي أن $و_{١}$ = ٨

$$و_{٢} = \frac{ن (ن + ١)}{٢} - و_{١} = \frac{١٠ (١١)}{٢} - ٨ = ٤٧$$

أي أن منطقة الرفض هي : و ≥ ٨ أو و ≤ ٤٧

وحيث أن قيمة (و) المشاهدة = ١٦ وهي لا تقع في منطقة الرفض - ولذا لا نرفض فرض العدم .

تطبيق (٣-٩)

في دراسة لاستهلاك السيارات للوقود ، تم جمع بيانات عن ١٢ سيارة من موديل معين . سحبت عشوائياً - وكانت عدد الأميال للجالون كما يلي :

٢٠,١ ٢١ ٢٠,٤ ١٨,١ ١٩ ١٧,٨

٢٠,٣ ١٩,٢ ٢١,٥ ١٩,٧ ٢٠ ١٨,٢

والمطلوب اختبار الفرض القائم على أدعاء الشركة بأن الوسيط هو ٢٠,٥ ميل للجالون بمستوى معنوية ٥ ٪

القيم المشاهدة	القيمة - ٢٠,٥	رتب الفرق
٢٠,١	- ٠,٤	٣
٢١	٠,٥	٤,٥
٢٠,٤	- ٠,١	١
١٨,١	- ٢,٤	١١
١٩	- ١,٥	٩
١٧,٨	- ٢,٧	١٢
٢٠,٣	- ٠,٢	٢
١٩,٢	- ١,٣	٨
٢١,٥	١	٧
١٩,٧	- ٠,٨	٦
٢٠	- ٠,٥	٤,٥
١٨,٢	- ٢,٣	١٠

ن = ١٢ و = ٥ و ١١

من جدول (١٠) ح (و $\geq$ ١٧) = ٠٤٦١ و

أي إننا نرفض فرض العدم .

تطبيق (٣ - ١٠)

لإختيار فاعلية عقار مسكن تم إعطاء جرعات متساوية لسبعة فئران ، وبعد نصف ساعة تم تعريضهم لصدمات كهربائية يزداد فيها الڤولت تدريجياً ، وتم تسجيل أقل ڤولت يؤدي الى إنتفاضة عصبية ، وكانت كما يلى : ٩٨ ، ١٠٧ ، ١١٢ ، ٩٣ ، ١٤٩ ، ٨٥ ، ١٢٢ وتوضح الدراسات السابقة أن توزيعها متماثل . والمطلوب إختبار ما إذا كان المتوسط الحسابي (أو الوسيط) للمجتمع ٩٥ بمستوى معنوية ٥٪ .

الحل:

ب : س = ٩٥

ف$_1$: $\overline{\text{س}}$ = ٩٥

س - ٩٥ : ٣ ، ١٢ ، ١٧ ، -٢ ، ٥٤ ، -١٠ ، ٢٧

الرتبة بدون الإشارة : ٢ ، ٤ ، ٥ ، ١ ، ٧ ، ٣ ، ٦

مجموع الرتب الموجبة : و = ٢٤

من جدول (١٠) : ح (و $\geq$ ٢) = ٠٢٣٤ و

و$_1$ = ٢

$$و_2 = \frac{ن(ن+1)}{2} - و_1$$

$$= \frac{7(8)}{2} - 2 = 26$$

منطقة الرفض و ≥ ٢ ، و ≤ ٢٦

وحيث أن قيمة الاحصاء المشاهدة (٢٤) ، أي لا تقع في منطقة الرفض ، ولذا فإننا لا نستطيع رفض فرض العدم .

تطبيق (٣-١١)

فيما يلي عينة بدرجات مجموعة من الطلبة في أحد الاختبارات ، والمطلوب اختبار الفرض بأن متوسط الدرجات هو ٥٤ بمستوى معنوية ٥ ٪ إذا علم أن توزيع الدرجات متماثل .

٦٠ ، ٤٢ ، ٣٦ ، ٥٥ ، ٤٦ ، ٦١ ، ٤٣ ، ٥٢ ، ٣٨

٦٤ ، ٣٩ ، ٤٥ ، ٥١ ، ٨٢ ، ٤١ ، ٥٨ ، ٢٩

الحل :

$ف_. : \bar{س} = ٥٤$

$ف_1 : \bar{س} \neq ٥٤$

الفروق ف = س − ٥٤

٦ ، -١٢ ، -١٨ ، ١ ، -٨ ، ٧ ، -١١ ، -٢ ، -١٦

١٠ ، -١٥ ، -٩ ، -٣ ، ٢٨ ، -١٣ ، ٤ ، -٢٥

الرتب المؤشرة

٥ ، -١١ ، -١٥ ، ١ ، -٧ ، ٦ ، -١٠ ، -٢ ، -١٤

٩ ، -١٣ ، -٨ ، -٣ ، ١٧ ، -١٢ ، ٤ ، -١٦

مجموع الرتب الموجبة   و = ٤٢

بالرجوع للجدول (١٠) :   ح (و ≥ ٣٤) = ٠٢٢. ,

∴ $و_1$ = ٣٤

$$و_2 = \frac{ن (ن + ١)}{٢} - و_1 = \frac{١٧ \ (١٨)}{٢} - ٣٤ = ١١٩$$

أي أن (و) لاتقع في منطقة الرفض ، وبذلك لانستطيع رفض فرض العدم .

اختبار ولكوكسون للعينات الكبيرة

بالرغم من وجود جداول لتوزيع ولكوكسون حتى حجم عينة[1] ن = ٥٠ فإن تقريب التوزيع الطبيعي تعتبر نتائجه معقولة بدءاً من ن = ٢٠ وأحياناً لأقل من هذا العدد ، وعلى أي حال فإنه إذا ظهرت النتيجة قريبة من القيمة الحرجة فإنه من المرغوب فيه تطبيق الاختبار الأصلي Exact ، وهذه التحفظات ليست ضرورية إذا كانت ن ≤ ٣٠ وحتى في الحالات الأقل من ذلك طالما كانت النتيجة بعيدة عن القيمة الحرجة .

وفي هذه الحالة فإن (و) يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط $\bar{و}$ وتباين $\sigma^2_و$ حيث :

(١) Bradley, J. V .

$$\bar{و} = ن (ن + ١) / ٤ \qquad (٣-١٣)$$

$$\sigma^٢_و = ن (ن + ١) (٢ن + ١) / ٢٤ \qquad (٣-١٤)$$

وعلى ذلك فإن
$$ط = \frac{و \pm ٠,٥ - \bar{و}}{\sigma_و} \qquad (٣-١٥)$$

يتبع التوزيع الطبيعي المعياري .

وباعتبار أن احصاء ولكوكسون غير مستمر ، تم إضافة ٠,٥ معامل تصحيح الاستمرار Continuity correction للصيغة أعلاه وذلك يزيد من دقة[١] النتائج ، وهذا المعامل لا يكون له تأثير فعال ويمكن إهماله إذا كان حجم العينة كبيراً .

تطبيق (٣-١٢)

المطلوب إجابة التطبيق (٣-١١) والخاص بدرجات الاختبار باستخدام تقريب التوزيع الطبيعي .

الحل : $\bar{و} = ن (ن + ١) / ٤ = ١٧ (١٨) / ٤ = ٧٦,٥$ ،

$$\sigma^٢_و = ن (ن+١)(٢ن+١)/٢٤ = ١٧(١٨)(٣٥)/٢٤ = ٤٤٦,٢٥$$

$$ط = \frac{و + ٠,٥ - \bar{و}}{\sigma_و} = \frac{٤٢,٥ - ٧٦,٥}{٢١,١} = - ١,٦١$$

ومن جدول التوزيع الطبيعي

---

(١) راجع الجزء الأول ، القسم (٢-٤-٤) .

ط (٠,٠٢٥) = − ط (٠,٩٧٥) = − ١,٩٦

أي أن القيمة المشاهدة لا تقع في منطقة الرفض ، وعلى ذلك فإننا لا نستطيع رفض فرض العدم .

٣-١-٢-٤ اختبار الإشارة

يستخدم اختبار الإشارة لاختبار الفرض بأن الوسيط أو متوسط المجتمع يساوى قيمة معينة ، وذلك باستبدال أي قيمة تزيد عن $\bar{س}_٠$ بإشارة (+) ركل مشاهدة أقل بإشارة (−) مع حذف المشاهدات التي تساوى $\bar{س}_٠$ ، أي حذف الفروق الصفرية .

الافتراضات :

١. عينة عشوائية بسيطة .
٢. المتغير مستمر .
٣. مستوى القياس ترتيبي .
٤. توزيع المجتمع متماثل .

والشرط الأخير يكون مطلوباً في حالة الاختبار حول المتوسط الحسابي ، إذ أنه في هذه الحالة يتساوى الوسيط والمتوسط الحسابي .

الفروض :

إن فرض العدم $\bar{س} = \bar{س}_٠$ يكون مكافئاً لاختبار الفرض بأن ق = $\frac{١}{٢}$ حيث ق هي نسبة الإشارات الموجبة ، وكذلك فإن الفروض البديلة يمكن التعبير عنها كما يلي :

$\bar{س} \neq \bar{س}_٠$ يكافئ ق $\neq \frac{١}{٢}$

$\bar{س} > \bar{س}_٠$ يكافئ ق $> \frac{١}{٢}$

$\bar{س} > \bar{ش}$ يكافئ ق > $\frac{١}{٢}$

أي أن الاختبار ماهو إلا حالة خاصة من اختبار ذي الحدين مع ق = $\frac{١}{٢}$

منطقة الرفض :

باعتبار أن (مـ) مستوى المعنوية فإن منطقة الرفض تكون كما يلي :

(أ) حالة الاختبار من جانبين : حيث يكون الفرض البديل ق ≠ $\frac{١}{٢}$ فإن منطقة الرفض تكون ص ≥ $ص_١$ ، ص ≤ $ص_٢$

حيث $ص_١$ هو أكبر عدد صحيح ، $ص_٢$ هو أصغر عدد صحيح ، حيث :

$$ح_{ن، ٥، .} (ص_١) \leq مـ/٢ \qquad (٣-١٦)$$

$$ح_{ن، ٥، .} (ص_٢-١) \geq ١ - مـ/٢ \qquad (٣-١٧)$$

(ب) حالة الاختبار من جانب واحد ، إذا كان الفرض البديل ق < $\frac{١}{٢}$ نستخدم الصيغة (٣-١٦) وإذا كان الفرض البديل ق > $\frac{١}{٢}$ نستخدم الصيغة (٣-١٧) مع استخدام مـ بدلاً من مـ/٢ .

ملاحظات :

(١) يعد هذا الاختبار من أقدم الاختبارات اللامعلمية ، وقدمه أربوثنوت Arbuthnott, J. عام ١٧١٠ م ، وقد طبقه على سجلات احصاءات المواليد في لندن ، لاختبار الفرض بأن نسبة المواليد الذكور تفوق نسبة الإناث خلال الفترة .

ويمكن اعتبار اختبار الإشارة النموذج الرائد لكل الاختبارات الإحصائية (معلمية وغير معلمية) .

(٢) الكفاءة النسبية للاختبار ٧٥ ٪ بالمقارنة باختبار ت

تطبيق (٣-١٣)

في دراسة لتحديد درجة الأوكتين Octane rating في البنزين تم الحصول على البيانات التالية من عينة عشوائية :

١٠١ ، ١٠٣,٣ ، ١٠١,٨ ، ١٠٢,٥ ، ١٠١,٧

٩٨,٢ ، ١٠١,١ ، ١٠٤,٥ ، ١٠٥,٣ ، ٩٩,٤

١٠٢,٤ ، ١٠٠,٩ ، ١٠٠,٣ ، ١٠٠ ، ١٠٣,٦

والمطلوب اختبار الفرض أن متوسط درجة الأوكتين لهذا النوع من البنزين هو ١٠٠ ضد الفرض البديل أن درجة الأوكتين أكبر من ذلك بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

الحل : الفروض

الأصلية : ف٠ : سَ = ١٠٠ ، ف١ : سَ > ١٠٠

حسب اختبار الإشارة : ف٠ : ق = ٠,٥ ، ف١ : ق > ٠,٥

احصاء الاختبار ، عدد الإشارات الموجبة (عدد حالات النجاح) : نحسب الفروق س - ١٠٠ ونعبر عن النتيجة بالإشارة المناسبة :

+	+	+	+	+
−	+	+	+	−
+	.	+	+	+

ن = ١٤ (بعد استبعاد الفروق الصفرية)

توزيع المعاينة : توزيع[١] ذي الحدين ، ن = ١٤ ، احتمال النجاح = $\frac{١}{٢}$

١) راجع الجزء الأول ، القسم (٢-٤-٢) .

عدد الإشارات الموجبة ص ١٢

منطقة الرفض : ص $\leq$ ص$_٢$ حيث ص$_٢$ أصغر عدد صحيح بحيث :

ح$_{١٤،٥ ، ٠}$ (ص$_٢$ − ١) > ٠،٩٥

من جدول ١٠ ، ص$_٢$ − ١ = ١٠ ، ص$_٢$ = ١١

وحيث أن قيمة ص المشاهدة = ١٢ أي تقع في منطقة الرفض ، لذا فإننا نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل .

تطبيق (٣−١٤)

باستخدام البيانات الواردة في التطبيق (٣−١١) ، المطلوب اختبار الفرض باستخدام اختبار الإشارة .

الحل :

ف$_٠$: $\bar{س}$ = ٥٤

ف$_١$: $\bar{س}$ ≠ ٥٤

نقوم بحساب الفروق ص − ٥٤ ونسجل الإشارة المناسبة

+ − − + − + − − −

+ − − − + − + −

احصاء الاختبار ص = عدد الإشارات الموجبة (المشاهد ٦) ويصبح الفرض :

ف$_٠$: ق = $\frac{١}{٢}$

ف$_١$: ق ≠ $\frac{١}{٢}$ عدد المحاولات ن = ١٧

منطقة الرفض : ص $\geq$ ص$_{١}$ ، ص $\leq$ ص$_{٢}$

حيث ص$_{١}$ أكبر عدد صحيح حيث ح٥،١٧ ,٠ (ص$_{١}$) < ٠٢٥ ,٠ ؛

ص$_{٢}$ أصغر عدد صحيح حيث ح٥،١٧ ,٠ (ص$_{٢}$ − ١) > ٠,٩٧٥

من جدول توزيع ذي الحدين المتجمع (جدول ٨) نجد أن :

ص$_{١}$ = ٤ ، ص$_{٢}$ − ١ = ١٢ أي أن ص$_{٢}$ = ١٣

وحيث أن قيمة ص المشاهدة = ٦ لا تقع في منطقة الرفض فإننا لا نستطيع رفض فرض العدم .

اختبار الإشارة للعينات الكبيرة

إذا كان حجم العينة كبيراً ، يمكن استخدام تقريب التوزيع الطبيعي ، وفي هذا الاختبار تكون النتائج متقاربة ، بدءاً من حجم عينة أكبر من عشر وحدات (ن > ١٠) وفي هذه الحالة يمكن استخدام الإحصاء التالي ، وهو يتبع التوزيع الطبيعي المعياري .

$$\text{ط} = \frac{\text{ص} \pm ٠,٥ - ٠,٥\ \text{ن}}{٠,٥ \sqrt{\text{ن}}} \qquad (٣-١٨)$$

حيث ص عدد الإشارات الموجبة ، ن عدد المشاهدات أو الإشارات (غير الصفرية) .

ويلاحظ أن القرار ± ٠,٥ في الصيغة أعلاه هو التصحيح المطلوب للمجتمع المستمر وتتم الإضافة في حالة ص < ٠,٥ ن والطرح في حالة ص > ٠,٥ ن .

تطبيق (٣-١٥)

البيانات التالية تخص عينة من مجتمع مستمر ، والمطلوب باستخدام مستوى معنوية ٥ ٪ اختبار الفرض أن الوسيط = ١٥ ضد الفرض البديل أن الوسيط ليس ١٥ .

٨	١٠	١٧	١٥	١٦	٢٠
١١	٩	١٠	١٠	١٨	١٥
١١	١٢	١٩	١٣	١٤	١٢

ف. : و = ١٥

ف$_1$: و ≠ ١٥

نوجد الفروق : ص - ١٥ ونسجل الإشارات

-	-	+	.	+	+
-	-	-	-	+	.
-	-	+	-	-	-

يمكن استخدام تقريب التوزيع الطبيعي

الاحصاء ص = عدد (الإشارات الموجبة) (تستبعد الفروق الصفرية) .

∴ ص = ٥ ن = ١٦

$$\text{ص} = \frac{\text{ص} + ٠,٥ - ٠,٥\,\text{ن}}{٠,٥\,\sqrt{\text{ن}}} = \frac{٥ + ٠,٥ - ٠,٥(١٦)}{٠,٥\,\sqrt{١٦}}$$

$$= \frac{-٢,٥}{٢} = -١,٢٥$$

وحيث أن الرقم لا يقع في منطقة الرفض (أقل من – ١,٩٦)

∴ نقبل الفرض ف.

٣-٢ مقارنة متوسطين : بيانات مرتبطة

٣-٢-١ مقدمـــة

حالة البيانات المرتبطة تكون عند وجود علاقة بين العينتين ، أي أن سحب أحداهما لا يكون مستقلاً عن سحب الأخرى ، وبتحديد أكثر يكون ذلك عند وجود علاقة تناظرية One - to - one relationship بين وحدات عينة والوحدات بعينة أخرى . وتسمى هذه الحالة بالمقارنة الزوجية Paired comparison ويمكن تقسيمها إلى نوعين : المجموعات المتناظرة ، مجموعات العينة الواحدة .

(أ) المجموعات المتناظرة Matched groups

ويكون التناظر على مستويات مختلفة يمكن عرضها فيما يلي :

(١) تناظر بسيط Simple matching للأزواج تبعاً للخاصية محل الفحص فمثلاً عند مقارنة كفاءة نوعين من العلاج لمشكلة السمنة ، وبفرض أنه معلوم من دراسات سابقة أو من تجارب استطلاعية أن هذه الكفاءة تعتمد على وزن المريض ، فإن ذلك يتطلب عمل أزواج من المرضى تبعاً لأوزانهم عند بداية

التجربة ، مع تخصيص علاج لواحد من الزوج والعلاج الآخر للمريض الثاني ، وذلك بصورة عشوائية .

(٢) التناظر المتماثل Symmetrical matching : ويبدو ذلك بصورة مكثفة في التطبيقات الحيوية ، فمثلاً عند مقارنة تأثير نوعين من علاج الأمراض الجلدية فإنه يتم تطبيق كل منها على المريض بحيث يكون كل علاج بجهة مختلفة من جسمه .

(٣) العينات المنشقة Split samples : وهنا يتم تقسيم كل وحدة من وحدات العينة إلى قسمين ، مثلاً قطع من الخشب ، الورق ، حديد ، مادة كيميائية ، وذلك عند مقارنة طريقة جديدة بطريقة قائمة .

(ب) مجموعات العينة الواحدة Single sample groups

وهنا يتم فحص كل وحدة من وحدات العينة في مناسبتين مختلفتين ، وتبدو في الحالات التالية :

(١) معاملات مختلفة Different treatments : كما في حالة مقارنة نوعين من البنزين على عينة من السيارات لقياس كفاءة كل منها بالنسبة للمسافة المقطوعة . وفي هذا التصميم يلزم الحذر خاصة في التجارب الحيوية بحيث لا تؤثر المعاملة الأولى على نتائج المعامل الثانية .

(٢) طرق مختلفة : كما في حالة تطبيق طريقتين للاختبار ، شفهي وتحريري مثلاً .

(٣) مشاهدين مختلفين Different observers : كما في حالة مقارنة نتائج مصححين مستقلين لعينة من التلاميذ .

(٤) ظروف مختلفة Different occasions : قبل وبعد Before and after حدث معين قد يؤثر على وحدات العينة .

٣-٢-٢ اختبار - ت - الزوجي

يستخدم لمقارنة متوسطين مرتبطين وكما سبق أيضاحه .

الافتراضات :

(١) عينة عشوائية بسيطة .

(٢) مستوى القياس فترى .

(٣) الفروق د = س$_١$ - س$_٢$ تتبع التوزيع الطبيعي .

فرض العدم :

ف. : $\bar{س}_١ = \bar{س}_٢$

وهذا يكافئ استخدام الصيغ $\bar{س}_١ \geq \bar{س}_٢$ أو $\bar{س}_١ \leq \bar{س}_٢$ على التوالي بالنسبة للفروض البديلة (أ) أو (ب) الموضحة أدناه .

الفرض البديل :

قد يأخذ أحد الصور التالية :

(أ) ف$_١$: $\bar{س}_١ > \bar{س}_٢$

(ب) ف$_١$: $\bar{س}_١ < \bar{س}_٢$

(ج) ف$_١$: $\bar{س}_١ \neq \bar{س}_٢$

وهذه المشكلة يمكن تحويلها إلى فرض يتعلق بعينة واحدة وذلك باستخدام الفروق بين المشاهدات .

د = س$_١$ - س$_٢$ (٣-١٩)

ويكون متوسط الفروق في العينة :

$$\bar{د} = \bar{س}_1 - \bar{س}_2 \qquad (٣-٢٠)$$

ومتوسط الفروق في المجتمع :

$$\tilde{د} = \tilde{س}_1 - \tilde{س}_2 \qquad (٣-٢١)$$

وبذلك تكون الفروض مكافئة للفروض التالية :

فرض العدم :

$ف_0 : \bar{د} = صفر$

وهذا يكافئ استخدام الصيغ $\bar{د} \geq صفر$ أو $\bar{د} \leq صفر$ على التوالي بالنسبة للفروض البديلة (أ) أو (ب) الموضحة أدناه :

الفرض البديل :

قد يكون أحد الصور التالية :

(أ) $ف_1 : \bar{د} > صفر$

(ب) $ف_1 : \bar{د} < صفر$

(ج) $ف_1 : \bar{د} \neq صفر$

$$ص = \frac{\bar{د}}{ء_{\bar{د}}} \qquad (٣-٢٢)$$

وهو يتبع توزيع – ت بدرجات حرية ن – ١ حيث $ء_{\bar{د}}$ هو الانحراف المعياري لمتوسط الفروق .

$$ء_{\bar{د}} = \frac{ء_د}{\sqrt{ن}} \qquad (٣-٢٣)$$

واستخدام معامل التصحيح كما سبق إيضاحه في الصيغة (٣-٣) .

قاعدة القرار : بفرض أن مستوى المعنوية (ﻣـ) ، يقبل فرض العدم إذا وقعت قيمة ص في منطقة القبول ويرفض فرض العدم إذا وقعت قيمة ص في منطقة الرفض وكما هي موضحة فيما يلي وهي تعتمد على الفرض البديل ، وذلك تبعاً لتوزيع ت – جدول (٣) بالجداول الإحصائية .

الفرض البديل	منطقة الرفض
$\bar{د}$ > صفر	ص > $ت_{ن-١}$ (١ – ﻣـ)
$\bar{د}$ < صفر	ص < – $ت_{ن-١}$ (١– ﻣـ)
$\bar{د}$ ≠ صفر	ص ≥ – $ت_{ن-١}$ (١– ﻣـ/٢)
	ص ≤ $ت_{ن-١}$ (١– ﻣـ/٢)

تطبيق (٣-١٦)

في دراسة لتأثير إحدى المعاملات على تخفيض ضغط الدم الانقباضي ، تم القياس قبل وبعد المعاملة لإثنى عشر من المرضى ذوى الضغط المرتفع ، ودونت القياسات بالجدول أدناه والمطلوب اختبار الفرض بأن المعاملة تؤدي إلى تخفيض ضغط الدم بمستوى معنوية ١ ٪ .

ضغط الدم قبل وبعد المعالجة

المريض	قبل (س١)	بعد (س١)	د = س١ - س٢
١	١٦٤	١٤٥	١٩
٢	١٧٩	١٨٢	-٣
٣	١٩٧	١٩٧	٠
٤	١٧٥	١٥٩	١٦
٥	١٦٥	١٥١	١٤
٦	١٧٢	١٧٤	-٢
٧	١٦٦	١٥٢	١٤
٨	١٨٩	١٥٣	٣٦
٩	١٦٤	١٥٣	١١
١٠	١٥٨	١٥١	٧
١١	١٩٧	١٩٣	٤
١٢	١٨٢	١٨٣	-١
			١١٥

الحل : نعتبر أن $\bar{س}_1$ ، $\bar{س}_2$ المتوسطان الحسابيان لضغط الدم قبل وبعد المعالجة ، ن = ١٢ ، م = ٠,٠١ .

ف٠ : $\bar{س}_1 = \bar{س}_2$ ويكافئ $\bar{د}$ = صفر

ف١ : $\bar{س}_1 > \bar{س}_2$ ويكافئ $\bar{د}$ > صفر

نوجد الفرق د وهو القياس قبل المعالجة ناقصاً القياس بعد المعالجة ، وبالحساب نجد أن :

$\bar{د}$ = ٩,٥٨ ، ع$_د$ = ١١,٢٩

$$ص = \frac{٩,٥٨ - ٠}{١١,٢٩ / \sqrt{١٢}} = ٢,٩٤$$

وبالرجوع لجدول توزيع ت ، جدول (٣) نجد أن ت$_{١١}$ (٠,٩٩)= ٢,٧١٨

وحيث أن قيمة الإحصاء المشاهد ٢,٩٤ أكبر منها تكون النتيجة معنوية ، ونرفض فرض العدم بتساوى ضغط الدم قبل وبعد المعاملة ، ونقبل الفرض البديل باعتبار أن المعاملة تؤدي إلى تخفيض ضغط الدم .

تطبيق (٣-١٧)

عشرة من المعينين حديثاً بوحدات الجيش تم إلحاقهم بأحد البرامج التدريبية وسجلت أوزانهم قبل وبعد التدريب . وكانت كما يلي :

قبل التدريب	بعد التدريب	قبل	بعد
١٢٧	١٣٥	٢٠٥	٢٠٠
١٩٥	٢٠٠	١٦٨	١٧٢
١٦٢	١٦٠	١٧٥	١٨٦
١٧٠	١٨٢	١٩٧	١٩٤
١٤٣	١٤٧	١٣٦	١٤١

باستخدام مستوى معنوية ٥ ٪ . هل يمكن أن نقرر أن البرنامج يؤثر على الملتحقين الجدد .

الفروض ف. : $\bar{س}_١ = \bar{س}_٢$ ف١ : $\bar{س}_١ \neq \bar{س}_٢$

تكافئ ف. : $\bar{د} =$ صفر ف١ : د $\neq$ صفر

حجم العينة ن = ١٠ مستوى المعنوية α = ٠,٠٥

حيث أن القياسان (المتغيران) تحدث في أزواج نستخدم الإحصاء :

$$ص = \frac{\bar{د}}{ع_د / \sqrt{ن}}$$ والذي يتبع توزيع $ت_{ن-١}$

منطقة الرفض : ص $\leq$ − $ت_٩$ (٠,٩٧٥) = − ٢,٢٦٢

أو ص $\geq$ $ت_٩$ (٠,٩٧٥) = ٢,٢٦٢

الوزن قبل	بعد	د	د٢
١٢٧	١٣٥	-٨	٦٤
١٩٥	٢٠٠	-٥	٢٥
١٦٢	١٦٠	٢	٤
١٧٠	١٨٢	-١٢	١٤٤
١٤٣	١٤٧	-٤	١٦
٢٠٥	٢٠٠	٥	٢٥
١٦٨	١٧٢	-٤	١٦
١٧٥	١٨٦	-١١	١٢١
١٩٧	١٩٤	٣	٩
		-٥	٢٥
		-٣٩	٤٤٩

$$\bar{\text{د}} = \frac{\text{مجـ د}}{\text{ن}} = \frac{-٣٩}{١٠} = -٣,٩$$

$$\text{ع}_{\text{د}}^{٢} = \frac{١}{\text{ن} - ١} \left\{ \text{مجـ د}^{٢} - \frac{(\text{مجـ د})^{٢}}{\text{ن}} \right\}$$

$$= \frac{١}{٩} \left[٤٤٩ - \frac{(-٣٩)^{٢}}{١٠} \right] = ٣٢,٩٨٩$$

$$\text{ع}_{\text{د}} = \sqrt{٣٢,٩٨٩} = ٥,٧٤٤$$

$$\text{ص} = \frac{\bar{\text{د}}}{\text{ع}_{\text{د}} / \sqrt{\text{ن}}} = \frac{-٣,٩}{٥,٧٤٤ / \sqrt{١٠}} = -٢,١٤٧$$

وحيث أن القيمة المشاهدة للإحصاء لا تقع في منطقة الرفض ، فإننا نقبل فرض العدم . أي أن التجربة لم تعطي دليلاً كافياً لتقرير أن البرنامج يغير من الوزن .

تطبيق (٣-١٨)

فيما يلي درجات اختبارين في الإحصاء لعدد ١٢ طالب في فترتين مختلفتين . المطلوب اختبار الفرض بعدم وجود فرق في الدرجات ضد الفرض بأن الدرجات كانت أقل في الاختبار الأول وذلك باستخدام مستوى معنوية ٥ ٪ .

الحل :

$ف_{\cdot}$: $\bar{س}_1 = \bar{س}_2$ $\qquad$ $ف_1$: $\bar{س}_1 < \bar{س}_2$

وذلك يكافئ $ف_{\cdot}$: $\bar{د} =$ صفر $\qquad$ $ف_1$: $\bar{د} <$ صفر

الاختبار الأول	الثاني
٦٤	٨٠
٢٨	٨٧
٩٠	٩٠
٣٠	٥٧
٩٧	٨٩
٢٠	٥١
١٠٠	٨١
٦٧	٨٢
٥٤	٨٩
٤٤	٧٨
١٠٠	١٠٠
٧٩	٨١

$د = س_١ - س_٢ = - ١٦ ، - ٥٩ ، صفر ، - ٢٧ ، ٨ ، - ٣١ ، ١٩ ،$
$- ١٥ ، - ٣٥ ، - ٣٤ ، صفر ، - ٢$

$$\bar{د} = \frac{مجـ د}{ن} = \frac{-١٩٢}{١٢} = - ١٦$$

$$ع_د = ٢٢,١$$

$$ص = \frac{\bar{د}}{ع_د / \sqrt{ن}} = \frac{- ١٦}{٢٢,١ / \sqrt{١٢}} = - ٢,٥$$

$$ت_{١١} (٠,٠٥) = - ١,٧٩٦$$

وبذلك نرفض فرض العدم ، ونقبل البديل وهو أن الدرجات كانت أقل في الاختبار الأول .

ملحوظة : يجب اختبار شرط التوزيع الطبيعي ، مثلاً باستخدام اختبار ليليفورز .

تطبيق (٣-١٩)

٢٠ مريض بالسمنة طبق عليهم نظام غذائي معين لإنقاص الوزن وقد سجلت أوزانهم قبل وبعد التطبيق وفيما يلي تغير الوزن (قبل - بعد) لكل مريض .

٧	-٦	٣	١	٦	٤	٩	-٥	٩	٧
-٣	٧	-٩	٨	٦	-٤	٤	٩	-٦	١

حدد الفرض الصفري والبديل لاختبار فعالية النظام الغذائي باستخدام مستوى معنوية ٥ ٪ .

الحل[1] :

$ف_0$: $\bar{س}_1 = \bar{س}_2$ ويكافئ $\bar{د} =$ صفر

$ف_1$: $\bar{س}_1 > \bar{س}_2$ ويكافئ $\bar{د} >$ صفر

$\bar{د} = ٢,٤$ $ع_د = ٥,٨٧٩$

$$ص = \frac{\bar{د}}{ع_د / \sqrt{ن}} = \frac{٢,٤}{٥,٨٧٩ / \sqrt{٢٠}} = ١,٨٢٦$$

$ت_{١٩} (٠,٩٥) = ١,٧٢٩$

∴ نرفض فرض المساواه ونقبل الفرض البديل أي أن النظام الغذائي له فعالية في إنقاص الوزن .

تقدير الفرق بين متوسطين

لتقدير فترة ثقة للفرق بين المتوسطين $\bar{س}_1 - \bar{س}_2$ بمستوى ثقة ث = ١ - ‍ه نستخدم الصيغة التالية :

$$\text{حدى الثقة} = \bar{د} \pm ت_{ن-١} (١-ه/٢) \; ع_د / \sqrt{ن} \qquad (٣-٢٤)$$

تطبيق (٣-٢٠)

في التطبيق (٣-١٨) الخاص بإجراء اختبارين لمجموعة من الطلبة ، المطلوب تقدير التغير (الفرق) في الدرجات بدرجة ثقة ٩٥ ٪ .

---

(١) يجب التأكد من شرط التوزيع الطبيعي للفروق باستخدام اختبار ليليفورز مثلاً .

الحل :

باستخدام الصيغة (٣-٢٤) ، وباعتبار أن التغير = الزيادة في الدرجات :
$\bar{س}_٢ - \bar{س}_١$

حدي الثقة = $\bar{د} \pm ت_{١١} (,٩٧٥)\ ع_د / \sqrt{ن}$

$= ١٦ \pm ٢,٢٠١ (٢٢,١ / \sqrt{١٢})$

$= ١٦ \pm ١٤$

$= (٢,٣٠)$

٣-٢-٣ اختبار ولكوكسون للرتب المؤشرة

يستخدم اختبار ولكوكسون والذي تم عرضه في المقطع (٣-١-٢-٣) لاختبار الفرض حول متوسطين مرتبطين . ويطبق الاختبار بنفس الشروط والصيغ والإجراءات السابق عرضها ، غير أننا نستخدم هنا الفرق د=س$_١$-س$_٢$ بدلاً من قيم س واعتبار أن المتوسط (الوسيط) يساوى صفرا .

تطبيق (٣-٢١)

في التطبيق[١] الخاص بتجربة أحد المعالجات على مجموعة من مرضى ضغط الدم . المطلوب اختبار الفرض بأن المعالجة تؤدى إلى تخفيض ضغط الدم وذلك باستخدام اختبار الرتب المؤشرة ، وبمستوى معنوية ١ ٪ .

الحل :

ف. : $\bar{س}_١ = \bar{س}_٢$ ف$_١$: $\bar{س}_١ > \bar{س}_٢$

(١) تطبيق (٣ - ١٦) .

ضغط الدم قبل وبعد المعالجة

قبل	بعد	الفرق	الرتب	الرتب الموجبة
١٦٤	١٤٥	١٩	١٠	١٠
١٧٩	١٨٢	-٣	٣	
١٩٧	١٩٧	٠		
١٧٥	١٥٩	١٦	٩	٩
١٦٥	١٥١	١٤	٧,٥	٧,٥
١٧٢	١٧٤	-٢	٢	
١٦٦	١٥٢	١٤	٧,٥	٧,٥
١٨٩	١٥٣	٣٦	١١	١١
١٦٤	١٥٣	١١	٦	٦
١٥٨	١٥١	٧	٥	٥
١٩٧	١٩٣	٤	٤	٤
١٨٢	١٨٣	-١	١	
				٦٠

و = ٦٠ ومن جدول ١٠ وعند ن = ١٢ نجد أن ح (و ≥ ٩) = ٠,٠٠٨١ .
وباستخدام العلاقة (٣-١٢) فإن القيمة الحرجة :

$$و^{*} = \frac{١٢ \ (١٣)}{٢} - ٩ = ٦٩$$

أي أن القيمة المشاهدة (٦٠) غير معنوية ، ولذا لا نستطيع رفض فرض العدم .

ولإيضاح كيفية استخدام التوزيع الطبيعي كتقريب :

$$\bar{ص} = \frac{١}{٤} ن (ن + ١)$$

$$= \frac{١}{٤} (١٢) (١٣) = ٣٩$$

$$\sigma^{٢}_{ص} = \frac{١}{٢٤} ن . ن + ١) (٢ ن + ١)$$

$$= \frac{١}{٢٤} (١٢) (١٣) (٢٥) = ١٦٢,٥$$

$$\bar{و} = \frac{٦٠ - ٣٩}{\sqrt{١٦٢,٥}} = ١,٦٤٧$$

وبالرجوع لجدول التوزيع الطبيعي ، نجد أن ط (٠,٩٩) = ٢,٣٣

ولذا فإننا لا نستطيع رفض فرض العدم

تطبيق (٣ - ٢٢)

فيما يلي عينة عشوائية من عشرة طلاب ، توضح درجاتهم في مادتي الإحصاء والإقتصاد . والمطلوب اختبار الفرض أن متوسط درجات الإحصاء أقل من الإقتصاد ضد الفرض البديل بأنه أكبر ، وذلك بمستوى معنوية ٥ ٪ . أي أن :

$ف_٠ : \bar{س}_١ \leq \bar{س}_٢$ $\qquad$ $ف_١ : \bar{س}_١ > \bar{س}_٢$

درجة الإحصاء	٦٧	٨٢	٧٢	٦٧	٧٢	٩١	٩٠	٧٨	٩٢	٨٨
درجة الإقتصاد	٦٩	٧١	٧٣	٧٠	٧١	٨٣	٨٤	٧٢	٨٢	٨٣

الحل : س١ - س٢ :

-٢ ١١ -١ -٣ ١ ٨ ٦ ٦ ١٠ ٥

الرتبة :

٣ ١٠ ١,٥ ٤ ١,٥ ٨ ٦,٥ ٦,٥ ٩ ٥

مجموع الرتب الموجبة : و = ٤٦,٥ .

من جدول (١٠) نجد أن ح (ص ≥ ١٠) = ٠,٠٤٢ .

وباستخدام العلاقة (٣-١٢) فإن القيمة الحرجة . و* = $\frac{١٠ (١١)}{٢}$ - ١٠ = ٤٥ أي أن القيمة المشاهدة (٤٦,٥) تقع في منطقة الرفض - ولذا نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل .

اختبار ولكوكسون للعينات الكبيرة

يستخدم لمقارنة متوسطين مرتبطين ، وبنفس الشروط والصيغ والإجراءات التي سبق عرضها عند اختبار الفروض حول متوسط المجتمع ، مع مراعاة الفروق الموضحة بالقسم (٣-٢-٢) .

تطبيق (٣ - ٢٣)

المطلوب اختبار الفرض الوارد في التطبيق (٣ - ٢٢) باستخدام تقريب بالتوزيع الطبيعي .

الحل : $\bar{و}$ = ن (ن + ١) / ٤ = ١٠ (١١) / ٤ = ٢٧,٥

$σ^2_و$ = ن (ن+١) (٢ن+١)/٢٤= ١٠(١١) (٢١)/٢٤= ٩٦,٢٥

$$و' = \frac{و - \bar{و}}{σ_و} = \frac{٤٦,٥ - ٢٧,٥}{\sqrt{٩٦,٢٥}} = ١,٩٣٧$$

وحيث أن هذه القيمة أكبر من ط (٠,٩٥) = ١,٦٥ نرفض الفرض

٣-٢-٤ إختبار الإشارة

يستخدم إختبار الإشارة والذي تم عرضه في المقطع (٣-١-٢-٤) لإختبار الفرض حول متوسطين مرتبطين . ويطبق الإختبار بنفس الشروط والصيغ والإجراءات السابق عرضها . غير أننا نستخدم هنا الفرق د = $س_١ - س_٢$ بدلاً من قيم س ، واعتبار المتوسط (الوسيط) يساوى صفر . أي أننا نعبر عن كل زوج من القيم بإشارة موجبة أو سالبة .

تطبيق (٣ - ٤ ١٢)

في دراسة لتقييم فعالية نظام مراقبة للمرور ، تم تسجيل عدد الحوادث التي وقعت عند ١٢ تقاطع خطر خلال الشهر السابق والشهر اللاحق لتطبيق النظام الجديد ، وكانت البيانات كما يلي :

(١،٣) (٢،٥) (٠،٢) (٢،٣) (٢،٣) (٠،٣)

(٣،٤) (٣،١) (٤،٦) (١،٤) (٠،١) (٢،٠)

والمطلوب إختبار فرض العدم بأن نظام مراقبة المرور الجديد غير فعال بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

الحل : $ف_٠ : \bar{س}_١ = \bar{س}_٢$

$ف_١ : \bar{س}_١ > \bar{س}_٢$

الإشارات : + + + + + +

+ − + + + −

ح (س ≤ ١٠) = ١ - ح (س ≥ ٩) = ١ - ح (٩) = ١ - ٠,٩٨٠٧ = ٠,٠١٩٣ . ويمثل ذلك مستوى المعنوية الحقيقي ، وحيث أنه أصغر

من مستوى المعنوية الإسمى (٠,٠٥) لذا فإننا نرفض فرض العدم ، ونقبل الفرض البديل بأن النظام الجديد فعال ويخفض من الحوادث .

٣ - ٣ مقارنة متوسطين : بيانات مستقلة

نعرض في هذا الفصل مجموعة من الأساليب الإحصائية الموجهة نحو الإستقراء حول متوسطين ، في حالة استقلال البيانات ويتم عرض الإختبارات مرتبة تنازلياً حسب قوتها حتى يتمكن الباحث من اختيار الأسلوب المناسب ، وحسب توفر الشروط الواردة بكل اختبار . ومع كل إختبار تم عرض الصيغ المناظرة والتي تتعلق بتقدير فترة ثقة للفرق بين متوسطين .

٣-٣-١ الإختبار الطبيعي

يستخدم لإختبار الفرض حول متوسطين :

الإفتراضات :

١ - مستوى القياس كمي .

٢ - عينات عشوائية بسيطة .

٣ - المشاهدات (العينات) مستقلة .

٤ - تباين المجتمعان معلوم [$\sigma^2_{س_1}$ ، $\sigma^2_{س_2}$]

فرض العدم

$ف_. = \bar{س}_1 = \bar{س}_2$

وهذا يكافئ تماماً إستخدام الصيغة $\bar{س}_1 < \bar{س}_2$ أو $\bar{س}_1 > \bar{س}_2$ على التوالي بالنسبة للفروض البديلة (أ) أو (ب) الموضحة أدناه .

الفرض البديل

قد يكون واحد مما يلي :

أ - $ف_١ : \bar{س}_١ > \bar{س}_٢$

ب - $ف_١ : \bar{س}_١ < \bar{س}_٢$

جـ - $ف_١ : \bar{س}_١ \neq \bar{س}_٢$

إحصاء الإختبار

$$ص = \frac{\bar{س}_١ - \bar{س}_٢}{\sigma_{\bar{س}_١ - \bar{س}_٢}} \qquad (٣ - ٢٥)$$

$$\sigma_{\bar{س}_١ - \bar{س}_٢} = \frac{\sigma_١^٢}{ن_١} + \frac{\sigma_٢^٢}{ن_٢} \qquad (٣ - ٢٦)$$

توزيع المعاينة

إحصاء الإختبار (٣ - ٢٥) يتبع التوزيع الطبيعي المعياري .

قاعدة القرار

القواعد مماثلة لما ورد في المقطع ٣-١-٢-١ بشأن الاختبار الطبيعى حول متوسط المجتمع .

ملاحظة : الإجراءات السابقة لإختبار فرض تساوي متوسطين $\bar{س}_1 - \bar{س}_2$ = صفر يمكن تطبيقها مع تعديلات مناسبة لإختبار الفرض بأن الفرق بينهما هو قيمة معينة (د)

$$ف_. : \bar{س}_1 - \bar{س}_2 = د \qquad (٣ - ٢٧)$$

وكما هو موضح في التطبيق (٣-٢٦) .

تطبيق (٣ - ٢٥)

في مقارنة لكمية النيكوتين بين نوعين من السجائر تم سحب عينة عشوائية من ٥٠ سيجارة من النوع الأول وعينة ٤٠ سيجارة من النوع الثاني . فإذا علم من الدراسات السابقة أن الإنحراف الميعاري هو ٠,١٢ ، ٠,١٤ للمجتمعين على الترتيب . وقد أظهرت النتائج أن المتوسط بالعينة الأولى هو ٢,٦١ ملليجرام وبالعينة الثانية ٢,٣٨ ملليجرام . والمطلوب اختبار الفرض بعدم وجود فروق بين نوعي السجاير وذلك مستوى معنوية ١ ٪ . ضد الفرض البديل بأن كمية النيكوتين بالنوع الأول أكبر .

الحل : $ف_. : \bar{س}_1 = \bar{س}_2$

$ف_1 : \bar{س}_1 > \bar{س}_2$

$ن_1 = ٤٠$ $\qquad \sigma_1 = ٠,١٢$ $\qquad \bar{س}_1 = ٢,٦١$

$ن_2 = ٤٠$ $\qquad \sigma_2 = ٠,١٤$ $\qquad \bar{س}_2 = ٢,٣٨$

$$ص = \frac{\bar{س}_1 - \bar{س}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{ن_1} + \frac{\sigma_2^2}{ن_2}}} = \frac{2.61 - 2.38}{\sqrt{\frac{(0.12)^2}{50} + \frac{(0.14)^2}{40}}} = \frac{0.23}{\sqrt{0.000288 + 0.00049}}$$

$$= \frac{0.23}{\sqrt{0.000778}} = \frac{0.23}{0.028} = 8.214$$

وحيث أن ط (٠,٩٩) = ٢,٣٣

لذا فإننا نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل بأن النيكوتين بالنوع الأول من السجائر أكبر منه في النوع الثاني .

تطبيق (٣ - ٢٦)

باستخدام البيانات بالتطبيق السابق ، المطلوب إختبار الفرض بأن كمية النيكوتين بالسيجارة من النوع الأول تزيد عنها في النوع الثاني بمقدار ٠,٢ ملليجرام ، ضد الغرض البديل بأن الفرق لا يساوي ذلك المقدار . وذلك بستوى معنوية ٥ ٪

الحل : $$ص = \frac{(\bar{س}_1 - \bar{س}_2) - د}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{ن_1} + \frac{\sigma_2^2}{ن_2}}}$$

$$= \frac{(٢,٦١ - ٢,٣٨) - ٠,٢}{\sqrt{\frac{(٠,١٢)^٢}{٥٠} + \frac{(٠,١٤)^٢}{٤٠}}} = \frac{٠,٠٣}{٠,٠٢٨} = ١,٠٧$$

$$ط\ (\ ٠,٩٧٥\ ) = ١,٩٦$$

ولذا لا نستطيع رفض فرض العدم .

تقدير الفرق بين متوسطين

مع مراعاة الشروط الواردة في الإختبار الطبيعي يمكن تقدير فترة ثقة للفرق بين متوسطين ، بدرجة ثقة = ث = ١ - م باستخدام الصيغة التالية :

$$\text{حدي الثقة} = \bar{س}_١ - \bar{س}_٢ \pm ط\ (\ ١ - م/٢\ ) \sqrt{\frac{\sigma_١^٢}{ن_١} + \frac{\sigma_٢^٢}{ن_٢}} \quad (٣-٢٨)$$

تطبيق (٣ - ٢٧)

باستخدام البيانات بالتطبيق (٣-٢٥) المطلوب تقدير الفرق بين متوسط كمية النيكوتين في كلا النوعين من السجاير ، وذلك بدرجة ثقة ٩٠ ٪ .

$$\text{حدي الثقة} = (\ \bar{س}_١ - \bar{س}_٢\ ) \pm ط\ (\ ٠,٩٥\ ) \sqrt{\frac{(٠,١٢)^٢}{٥٠} + \frac{(٠,١٤)^٢}{٤٠}}$$

$$= (\ ٢,٦١ - ٢,٣٨\ ) \pm ١,٦٥\ (\ ,٠٢٨\ )$$

$$= ٠,٢٣ \pm ٠,٠٤٦$$

$$= (\ ٠,٢٨\ ،\ ٠,١٨\ )$$

٣-٣-٢ إختبار - ت - فيشر

وهو يماثل الإختبار الطبيعي (٣-٣-١) في الهدف والفروض وقاعدة القرار . كما يعتمد على نفس الإفتراضات السابقة غير أن التباين يفترض أنه مشترك في المجتمعين ولكنه غير معلوم كما يفترض أن المجتمعان يتبعان التوزيع الطبيعي .

إحصاء الإختبار :

$$\text{ص} = \frac{\bar{\text{س}}_1 - \bar{\text{س}}_2}{\text{ع}_{\bar{\text{س}}_1 - \bar{\text{س}}_2}} \qquad (٣ - ٢٩)$$

$$\text{ع}^2_{\bar{\text{س}}_1 - \bar{\text{س}}_2} = \frac{\text{ع}^2}{\text{ن}_1} + \frac{\text{ع}^2}{\text{ن}_2} \qquad (٣ - ٣٠)$$

$$\text{ع}^2 = \frac{\text{ع}_1^2 (\text{ن}_1 - 1) + \text{ع}_2^2 (\text{ن}_2 - 1)}{\text{ن}_1 + \text{ن}_2 - 2} \qquad (٣ - ٣١)$$

$$= \frac{\text{ع}_1^2 + \text{ع}_2^2}{2} \text{ ، } \text{ن}_1 + \text{ن}_2 = \text{ن} \qquad (٣ - ٣٢)$$

حيث ع_1^2 ، ع_2^2 هو التباين من العينتان ، حسب الصيغة (٣ - ٦) .

توزيع المعاينة

إحصاء الإختبار ص (٣-٢٩) يتبع توزيع ت بدرجات حرية $ن_1 + ن_2 - ٢$

تطبيق (٣ - ٢٨)

في بحث طبي حيث كان الإهتمام حول الفرق بين أعمار الذكور وأعمار الإناث عند بدء أعراض مرض سرطان الرئة ، تم سحب عينتين عشوائيتين من مجتمعات تتبع التوزيع الطبيعي ولها تباين متساو ، والمطلوب استخدام البيانات لإختبار فرض تساوي المتوسطات بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

العمر بالسنوات عند بدء مرض سرطان الرئة

الإناث	٥٨	٥٢	٥٠	٤٩	٥٦	٥٢	٥٤	٤٨	٤١	٣٧	٦٧	٧٠	
الذكور	٢٦	٤١	٥٧	٦٦	٣٦	٥٥	٤١	٦١	٥٣	٥٠	٥٢	٣٧	٥٠

الحل : **الإناث** $\bar{س}_1 = ٥٢,٨٣$ $\quad ء_1^2 = ٨٨,٣٣$

الذكور $\bar{س}_2 = ٤٨,٠٨$ $\quad ء_2^2 = ١٢٦,٥٨$

$$ء^2 = \frac{ء_1^2 (ن_1 - ١) + ء_2^2 (ن_2 - ١)}{ن_1 + ن_2 - ٢}$$

$$= \frac{٨٨,٣٣ \ (١١) + ١٢٦,٥٨(١٢)}{١٢ + ١٣ - ٢} = ١٠٨,٢٩$$

$$ص = \frac{\bar{س}_{١} - \bar{س}_{٢}}{. \sqrt{\frac{١}{ن_{١}} + \frac{١}{ن_{٢}}}}$$

$$= \frac{٥٢,٨٣ - ٤٨,٠٨}{١٠,٤٠٦ \sqrt{\frac{١}{١٢} \quad \frac{١}{١٣}}} = ١,١٤$$

وحيث أن هذا المقدار أقل من $ت_{ن_{١}+ن_{٢}-٢}$(٠,٩٧٥) = $ت_{٢٣}$ (٠,٩٧٥) = ٢,٠٦٩ لذا لا نرفض فرض تساوي المتوسطات .

تطبيق (٣ - ٢٩)

ترغب إدارة إحدى المؤسسات في معرفة ما إذا كان متوسط عدد غياب العمال بسبب المرض يكون أكبر في اليوم السابق لنهاية الأسبوع واليوم الذي يليه ، عنه في الأيام الأخرى . تم سحب عينة عشوائية من خمس أسابيع وسجلت عدد حالات الغياب وكانت كما يلي :

اليوم السابق واللاحق لنهاية الأسبوع ($س_{١}$) ٦٢ ، ٧٥ ، ٧٤ ، ٨٦ ، ٧٣ ، ٨١ ، ٩٨ ، ٩١ ، ٩٠ ، ٧٧ .

الأيام الأخرى ($س_{٢}$) ٥٩ ، ٦٧ ، ٣٥ ، ٤٩ ، ٨٩ ، ٦٥ ، ٥٨ ، ٧١ ، ٥٥ ، ٥٧ ، ٦٩ ، ٦٨ ، ٦٤ ، ٣٧ ، ٤٢

والمطلوب إختبار الفرض بمستوى معنوية ١ ٪ .

الحل: $ف_0 : \bar{س}_1 = \bar{س}_2$

$ف_1 : \bar{س}_1 > \bar{س}_2$

$ن_1 = ١٠$ ، $ن_2 = ١٥$ ، $\bar{س}_1 = ٨٠,٧$ ، $\bar{س}_2 = ٥٩$

$ع_1^2 = ١١٣,٣٤$ ، $ع_2^2 = ٢٠١,٤٣$

$$ع^2 = \frac{٩ \times ١١٣,٣٤ + ١٤ \times ٢٠١,٤٣}{١٠ + ١٥ - ٢} = ١٦٦,٩٦$$

$$ع_{\bar{س}_1 - \bar{س}_2} = \sqrt{\frac{١٦٦,٩٦}{١٠} + \frac{١٦٦,٩٦}{١٥}} = ٥,٢٨$$

$$ص = \frac{\bar{س}_1 - \bar{س}_2}{ع_{\bar{س}_1 - \bar{س}_2}} = \frac{٨٠,٧ - ٥٩}{٥,٢٨} = ٤,١١٠$$

$$ت_{١٠+١٥-٢}(٠,٩٩) = ت_{٢٣}(٠,٩٩) = ٢,٥$$

وبذلك نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل

ملحوظة : يجب إستخدام إختبار ليليفورز للتحقق من إفتراض التوزيع الطبيعي كما يجب التحقق من أن التباينات متساوية . وسنفترض على أي حال أن كافة الشروط محققة[1] .

١ - راجع إختبار ليليفورز بالباب الثاني وإختبار تساوي التباينات بالباب الخامس .

تقدير الفرق بين متوسطين

مع مراعاة الشروط الواردة في إختبار - ت - فيشر يمكن تقدير فترة ثقة للفرق بين متوسطين بدرجة ثقة ث = ١ - مـ بإستخدام الصيغة التالية :

حدود الثقة =

$$(\bar{س}_{١}-\bar{س}_{٢}) \pm ت_{ن_{١}+ن_{٢}-٢}(١-م/٢) \sqrt{\frac{^{٢}_{\cdot}}{ن_{١}} + \frac{^{٢}_{\cdot}}{ن_{٢}}} \qquad (٣-٣٢)$$

تطبيق (٣-٣٠)

بإستخدام البيانات بالتطبيق (٣ - ٢٩) المطلوب تقدير فترة ثقة بين معدلات الغياب في الفترتين ، وذلك بدرجة ثقة ٩٥ ٪ .

حدي الثقة = (٨٠,٧ - ٥٩) $\pm$ $ت_{٢٣}$(٠,٩٧٥) (٥,٢٨)

= ٢١,٧ $\pm$ ٢,٠٦٩ (٥,٢٨)

= ٢١,٧ $\pm$ ١٠,٩

= (٣٢,٦ ، ١٠,٨)

٣-٣-٣ إختبار - ت - ساترزويت

وهو يماثل إختبار - ت - فيشر (٣-٣-٢) في الهدف والفروض وقاعدة القرار . كما يعتمد على نفس الإفتراضات ، عدا أن التباينات غير معلومة وغير متساوية .

إحصاء الإختبار :

$$ص = \frac{\bar{س}_1 - \bar{س}_2}{ء_{\bar{س}_1 - \bar{س}_2}} \qquad (٣ - ٣٤)$$

$$ء^٢_{\bar{س}_1 - \bar{س}_2} = \frac{ء^٢_1}{ن_1} + \frac{ء^٢_2}{ن_2} \qquad (٣ - ٣٥)$$

توزيع المعاينة :

الإحصاء ص يتبع توزيع ت (تقريباً) بدرجات حرية تسمى درجات الحرية الفعالة (د ح ف) وترجع إلى ساترزويت Sotterthwait .

$$د\ ح\ ف = \frac{(ء^٢_1 / ن_1 + ء^٢_2 / ن_2)^٢}{[(ء^٢_1 / ن_1)^٢ / (ن_1 - ١)] + [(ء^٢_2 / ن_1)^٢ / (ن_2 - ١)]}$$

(٣-٣٦)

وتقرب القيمة لأقل عدد صحيح ، للحصول على نتيجة أكثر تحفظاً .

تطبيق (٣ - ٣١)

الأرقام التالية تعبر عن إنتاج الفدان في عينتين مختلفتين من التربة إحداها ضابط والأخرى تجريبية وذلك لتجربة نوع جديد من السماد ، يفترض أنه يزيد من الإنتاج . والمطلوب إختبار الفرض بمستوى معنوية ٥ ٪ .

العينة التجريبية س١   ٩ ,٥ ,٨ ,٣ ,٥ ,٦ ,٣ ,١٨ ,٢ ,١٨ ,١ ,١٦ ,٦ ,٧

العينة الضابطة س٢   ٦ ,٧ ، ٤ ,١ ، ٢ ,٢ ,٣ ، ٥ ,٦ ,١ ,٤ ,٧ ,٤

ملحوظة : افترض أن توزيع كل من المجمعين طبيعي ، وأن تباينات المجتمع غير معلومة وغير متساوية .

الحل : $ف_{.}$: $\bar{س}_١ = \bar{س}_٢$ $ف_١$: $\bar{س}_١ > \bar{س}_٢$

الحل : $\bar{س}_١ = ١٠,٩$ $\bar{س}_٢ = ٣,٩٤$ $ع^٢_١ = ٤٠,١٢$ $ع^٢_٢ = ٦,٩٥$

$$ع_{\bar{س}_١ - \bar{س}_٢} = \sqrt{\frac{٤٠,١٢}{٧} + \frac{٦,٣٥}{٧}} = ٢,٥٩$$

$$ص = \frac{١٠,٩ - ٣,٩٤}{٢,٥٩} = ٢,٦٩$$

$$د\ ح\ ف = \frac{(٤٠,١٢/٧ + ٦,٩٥/٧)^٢}{[(٤,١٢/٧)^٢/٦] + [(٦,٩٥/٧)^٢/٦]} \approx ٨$$

$ت_٨ (٠,٩٥) = ١,٨٦٠$

وحيث أن قيمة ص المحسوبة (٢,٦٩) أكبر منها ، لذا نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل .

تقدير الفرق بين متوسطين :

مع مراعاة الشروط الواردة في إختبار - ت - ساترزويت يمكن تقدير فترة ثقة للفرق بين متوسطين ، بدرجة ثقة ث = ١ - م باستخدام الصيغة التالية :

حدي الثقة =

$$(\bar{\text{س}}_{١} - \bar{\text{س}}_{٢}) \pm \text{ت}_{\text{د ح ف}\,(١ - \text{م}/٢)} \sqrt{\frac{\text{ع}_{١}^{٢}}{\text{ن}_{١}} + \frac{\text{ع}_{٢}^{٢}}{\text{ن}_{٢}}} \qquad (٣\text{-}٣٧)$$

تطبيق (٣ - ٣٢)

للبيانات الواردة بالتطبيق السابق (٣ - ٣١) المطلوب تقدير ٩٥ ٪ فترة ثقة للفرق بين المتوسطين .

$$\text{حدي الثقة} = (\bar{\text{س}}_{١} - \bar{\text{س}}_{٢}) \pm \text{ت}_{\text{د ح ف}\,(١ - \text{م}/٢)} \sqrt{\frac{\text{ع}_{١}^{٢}}{\text{ن}_{١}} + \frac{\text{ع}_{٢}^{٢}}{\text{ن}_{٢}}}$$

$$= (١٠,٩ - ٣,٩٤) \pm \text{ت}_{٨}\,(٠,٩٧٥) \sqrt{\frac{١٠,١٢}{٧} + \frac{٦,٩٥}{٧}}$$

$$= ٦,٩٦ \pm ٢,٣٠٦\,(٢,٥٩)$$

$$= ٦,٩٦ \pm ٥,٩٧$$

$$= (١ \text{ ، } ١٢,٩٣)$$

٣-٣-٤ اختبار ولكوكسون - مان - وتنى

تم وضع هذا الاختبار بمعرفة ولكوكسون Wilcoxon في ١٩٤٥ لاختبار الفرق بين متوسطين لعينتين مستقلتين ذات حجوم متساوية . وقد تم تصميمه لعينات بحجوم مختلفة بواسطة مان - وتنى Mann & whitney في ١٩٤٧ .

الافتراضات :

١. مستوى القياس ترتيبي .

٢. عينة عشوائية بسيطة .

٣. العينتان مستقلتان .

٤. المجتمعان متماثلان (فيما عدا تساوى المتوسطان) .

فرض العدم : $ف_0 : \bar{س}_1 = \bar{س}_2$

وهذا يكافئ استخدام الصيغة $\bar{س}_1 \geq \bar{س}_2$ أو $\bar{س}_1 \leq \bar{س}_2$ على التوالى بالنسبة للفروض البديلة (أ) أو (ب) الموضحة أدناه .

الفرض البديل : قد يكون أحد الصيغ التالية :

(أ) $ف_1 : \bar{س}_1 < \bar{س}_2$

(ب) $ف_1 : \bar{س}_1 > \bar{س}_2$

(جـ) $ف_1 : \bar{س}_1 \neq \bar{س}_2$

احصاء الاختبار

نفرض أن $س_١$ المتغير بالعينةِ الأولى وحجمها $ن_١$ والمتغير $س_٢$ بالعينة الثانية وحجمها $ن_٢$ ونفرض أن $س_١$ هو المتغير ذو حجم العينة الأقل ويكون عدد القيم من العينتان $ن_١ + ن_٢ = ن$. يتم أعطاء رتب لهذه القيم تصاعدياً ، أي تبدأ من ١ إلى $ن_١ + ن_٢$ ، ويكون الإحصاء هو جـ = مجموع الرتب المخصصة للمتغير س (أي العينة ذات الحجم الأصغر) .

توزيع المعاينة :

أحصاء الاختبار (جـ) وهو مجموع رتب المتغير س يتبع توزيع خاص يسمى ولكوكسون - مان - وتنى - وهو توزيع غير مستمر وتوجد جداول خاصة لهذا التوزيع (جدول ١١) .

قاعدة القرار :

بفرض أن مستوى المعنوية مـ ، تكون منطقة الرفض كما يلي وهي تعتمد على الفرض البديل .

$ف_١$	منطقة الرفض
$\bar{س}_١ > \bar{س}_٢$	جـ ≤ جـ (١ - مـ)
$\bar{س}_١ < \bar{س}_٢$	جـ ≥ جـ (مـ)
$\bar{س}_١ \neq \bar{س}_٢$	جـ ≥ جـ (مـ/٢)
	أو جـ ≤ جـ (١-مـ/٢)

الجداول : توجد جداول مخصصة لتوزيع ولكوكسون - مان - وتنى (جدول ١١) . وباعتبار حجوم العينات $ن_١$ ، $ن_٢$ ومستوى معنوية مـ فإن الجداول تعرض قيم $جـ_١$ ، $جـ_٢$ ، مـ بحيث :

$$ح (جـ \geq جـ_١) = ح (جـ \leq جـ_٢) = مـ \qquad (٣-٣٨)$$

وعلى سبيل المثال ، إذا كانت $ن_١ = ٧$ ، $ن_٢ = ٩$ ، مـ = ٠,٠٥ فإن الجدول يعرض (٠,٠٤٥ ، ٧٦ ، ٤٣) وهذا يعني :

$$ح (جـ \geq ٤٣) = ح (جـ \leq ٧٦) = ٠,٠٤٥$$

لاحظ أن ٠,٠٤٥ هو أقرب احتمال ≥ مـ وتكون منطقة الرفض وهي تعتمد على الفرض البديل كما يلي :

$ف_١$	منطقة الرفض	مستوى المعنوية
$\bar{س}_١ > \bar{س}_٢$	$جـ \leq ٧٦$	٠,٠٤٥
$\bar{س}_١ < \bar{س}_٢$	$جـ \geq ٤٣$	٠,٠٤٥
$\bar{س}_١ \neq \bar{س}_٢$	$جـ \geq ٤٣$ أو $جـ \leq ٧٦$	٠,٠٩٠

تطبيق (٣-٣٣)

في مقارنة لنوعين من التغذية ، تم الحصول على البيانات التالية من عينتين عشوائيين وهي تمثل الزيادة في الوزن .

التغذية $س_١$	١٠	٥	٣		
التغذية $س_٢$	٢٩	٢٥	٢٢	١٦	٨

بمستوى معنوية ٥٪ المطلوب اختبار الفرض بأن متوسط الزيادة في النوع الأول أقل منه في النوع الثاني .

الحل :

ف. : $\bar{س}_١ = \bar{س}_٢$

$\bar{س}_١ < \bar{س}_٢$

الرتب : التغذية $س_١$	٤	٢	١		
التغذية $س_٢$	٨	٧	٦	٥	٣

جـ = ٧

بالرجوع لجدول (١١) نجد أن ح (جـ ≥ ٧) = ٠,٠٣٦ ≥ ٠,٠٥ .

أي أن القيمة المشاهدة (٧) معنوية ، ونرفض فرض المساواه .

تطبيق (٣-٣٤)

تدرس إحدى الشركات المفاضلة بين نوعين من اللمبات الكهربائية ، النوع الأول أقل تكلفة من الثاني ، وتود الشركة شراؤه مالم يكن هناك دليل على أن النوع الثاني له عمر أطول . تم اختيار ٧ لمبات عشوائية من النوع الأول ، ٩ من النوع الثاني وكانت أعمارها بالساعات كما يلي :

النوع الأول : ٩٨١ ، ٩٥٢ ، ١٣٤٢ ، ١٠٥١ ، ١٠٠٥ ، ٩٧٤ ، ١٢١٦

النوع الثاني : ١٣٨٠ ، ١٠٠٤ ، ١٠٣٢ ، ١٢٦٣ ، ١٠٤٠ ، ٩٩٠ ، ١١٠٠ ، ١١٨٠ ، ١٢٠٥

والمطلوب اختبار الفرض بمستوى معنوية ٥٪ إذا علم أن كلا المجتمعان لهما نفس التوزيع .

الحل : نعتبر المتغير س١ يمثل العمر في النوع الأول ، س٢ العمر في النوع الثاني .

ف. : $\bar{س}_1 = \bar{س}_2$

ف١ : $\bar{س}_1 < \bar{س}_2$

نرتب قيم العينتان تصاعدياً مع وضع خط تحت الرقم لتمييز العينة الصغيرة (النوع الأول) مع تخصيص رتبة لكل قيمة ($ن_1 = ٧$ ، $ن_2 = ٩$)

٩٥٢	٩٧٤	٩٨١	٩٩٠	١٠٠٤	١٠٠٥	١٠٣٢	١٠٤٠
١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
١٠٥١	١١٠٢	١١٧٠	١٢٠٥	١٣١٦	١٢٦٣	١٣٤٢	١٣٨٠
٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦

= مجموع رتب $س_١$ (العينة الصغيرة) = ٤٩

منطقة الرفض : بالرجوع لجدول (١١) نجد أن ح (جـ ≥ ٤٣) = ٠,٠٤٥ .

وبذلك لا نستطيع رفض فرض العدم ، وهو المساواه ، ويكون القرار شراء النوع الأرخص .

اختبار ولكوكسون - مان - وتنى للعينات الكبيرة

بزيادة حجوم العينات $ن_١$ ، $ن_٢$ يقترب توزيع احصاء ولكوكسون من التوزيع الطبيعي . وعلى أي حال فإنه بالنسبة لحجوم العينات غير الواردة بالجداول (أكبر من ١٠) يمكن استخدام التوزيع الطبيعي :

$$ط (\bar{جـ} ، \sigma_{جـ}) \qquad (٣-٣٩)$$

$$حيث\ \bar{جـ} = ن_١ (ن + ١) / ٢ \qquad (٣-٤٠)$$

$$\sigma^٢_{جـ} = ن_١ ن_٢ (ن + ١) / ١٢ \qquad (٣-٤١)$$

مع مراعاة التصحيح الخاص بالمتغير المستمر (٠,٥) أي أن :

$$ص = \frac{جـ \pm ٠,٥ - \bar{جـ}}{\sigma_{جـ}} \qquad (٣-٤٢)$$

يتبع التوزيع الطبيعي المعياري

وفي حالة وجود قيود Ties (أي قيم مكررة) فإنه يمكن مراعاة معامل التصحيح للقيود Correction for ties على أنه ليس له تأثير كبير .

تطبيق (٣-٣٥)

فيما يلي درجات عينتان من الطلبة في مادتي الإحصاء والفيزياء ، والمطلوب اختبار فرض تساوى المتوسطات بمستوى معنوية ٥ ٪

الإحصاء : ٧٢ ، ٩٢ ، ٦٨ ، ٦٩ ، ٧٨ ، ٧٢ ، ٩٠ ، ٦٧ ، ٨٢ ، ٧٠

الفيزياء : ٨٣ ، ٧١ ، ٧٢ ، ٧٠ ، ٨٧ ، ٩١ ، ٧٧ ، ٨٤ ، ٧١ ، ٨٢ ، ٧٣ ، ٨٢

الحل : ف٠ : $\bar{س}_١ = \bar{س}_٢$

ف١ : $\bar{س}_١ \neq \bar{س}_٢$

نرتب القيم ترتيباً تصاعدياً

الإحصاء : ٦٧ ، ٦٨ ، ٦٩ ، ٧٠ ، ٧٢ ، ٧٢ ، ٧٨ ، ٨٢ ، ٩٠ ، ٩٢

الفيزياء : ٧٠ ، ٧١ ، ٧١ ، ٧٢ ، ٧٣ ، ٧٧ ، ٨٢ ، ٨٢ ، ٨٣ ، ٨٤ ، ٨٧ ، ٩١

نعطي رتب لكل المجموعة من الدرجات ، مع تمييز رتب كل مجموعة .

الإحصاء : ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤,٥ ، ٩ ، ٩ ، ١٣ ، ١٥ ، ٢٠ ، ٢٢

الفيزياء : ٤,٥ ، ٦,٥ ، ٦,٥ ، ٩ ، ١١ ، ١٢ ، ١٥ ، ١٥ ، ١٧ ، ١٨ ، ١٩ ، ٢١

مجموع رتب العينة الصغيرة جـ = ٩٨,٥

$\bar{جـ}$ = ن١ (ن + ١) / ٢ = ١٠ (٢٣) / ٢ = ١١٥

$$\sigma_{جـ}^{2} = ن_{1}\, ن_{2}\, (ن + 1) / 12 = 10\,(12)(23) / 12 = 230$$

$$\sigma_{جـ} = \sqrt{230} = 15.17$$

$$ص = \frac{جـ \pm 0.5 - \bar{جـ}}{\sigma_{جـ}} = \frac{98.5 + 0.5 - 115}{15.17} = - 1.05$$

منطقة الرفض : ص < ط (٠,٠٢٥) = - ١,٩٦

أو ص > ط (٠,٩٧٥) = ١,٩٦

ولذا لا نستطيع رفض فرض العدم .

٣ - ٤ مقارنة عدة متوسطات :

٣ - ٤ - الأهمية

فيما سبق تم عرض بعض الأساليب لمقارنة متوسطين وإختبار الفرق بينهما ، وهناك حالات كثيرة يكون فيها الإهتمام بمقارنة عدة متوسطات ، مثال ذلك : مقارنة طرق الإنتاج المختلفة ، مقارنة أنواع مختلفة من الأسمدة أو التقاوي ، مقارنة طرق مختلفة للعلاج ، مقارنة طرق التدريس والتدريب ، ... إلخ .

وقد يعتقد البعض أن الطرق السابقة والخاصة بمقارنة متوسطين ، يمكن تطبيقها هنا على أساس إجراء عدة مقارنات ، تجرى في كل مرة بين طريقتين ، غير أن ذلك لا يعد عملاً مقبولاً للعديد من الإعتبارات نذكر أهمها :

١ - عدد الإختبارات المطلوبة يزيد بدرجه كبيرة مع زيادة عدد المتوسطات المطلوب مقارنتها ، فإذا كان عدد المتوسطات ن تكون عدد المقارنات المطلوبة $\frac{١}{٢}$ ن (ن - ١) فإذا كانت عدد الطرق عشرة مثلاً فإن ذلك يتطلب ٤٥ إختباراً .

٢ - إن إجراء الإختبار بين حالتين وترك الحالات الأخرى - يعنى ترك معلومات إضافية متاحة عن المجتمع وضياع فرص الحصول على تقرير أفضل لتباين المجتمع .

٣ - إن الإعتماد على طرق المقارنة بين متوسطين لا يمكن من إعطاء وتفسيرات صحيحة للنتائج - ذلك أن ظهور بعض المقارنات معنوية لا يعطينا مبرراً كافياً لرفض فرض العدم ، إذ أنه مع كثيرة عدد المقارنات كما أوضحنا في (١) فإنه ظهور مجموعة منها معنوية ، لا يعد شيئاً مستغرباً .

٤ - أحياناً تتطلب التجارب المتعددة المجموعات وجود عدد كبير من المتغيرات يتم تداولها في آن واحد .

٣ - ٤ - ٢ مفاهيم تجريبية :

ونعرض فيما يلي - طبيعة التجارب مع توضيح بعض المفاهيم والمصطلحات المستخدمة .

إن التجارب على إختلاف أنواعها تهدف إلى وصف العلاقة بين المتغيرات وفي حالتها البسيطة نواجه بمتغيرين ، مثال ذلك تجربة لمقارنة ثلاث طرق للتدريب .(المتغير المستقل Independent ويسمى أيضاً **عامل** Factor) . وأثر هذه الطرق على إنتاج العامل (المتغير التابع : dependent) وطرق التدريب الثلاث ولتكن أ ، ب ، جـ ، تسمى **معاملات** Treatmcnts

والمعاملات تشير إلى مجموعة من الظروف التجريبية مجال التطبيق على وحدات التجربة ، أي هى المؤثرات المطلوب قياس تأثيرها .

وأحيانا يدخل الباحث معامله **ضابطة** Control بإعتبارها معياراً يتخذ أساساً لمقارنة تأثير المعاملات الأخرى ويتم تطبيق كل من المعاملات على مجموعة من العمال يطلق عليها وحدات التجربة . وتعرف وحدة التجربة Experimental unit على أنها أصغر مجموعة من مواد (التجربة (العمال) يطبق عليها المعاملة ، فقد تكون قطعة أرض تضم العديد من النباتات تطبق عليها معاملة واحدة وقد تكون نبات معين كما قد تكون ورقة من نبات كما يحدث في تجارب أمراض النبات . ومن المفاهيم الشائعة في تصميم التجارب - الخطأ التجريبي Experimental error ويعرف على أنه مقياس للإختلافات التي توجد بين مشاهدات سجلت من وحدات تجريبية عوملت بنفس المعاملة .

وتنقسم التصميمات التجريبية وبالتالي النماذج والأساليب الإحصائية المناظرة لتحليلها إلى عدد كبير يتوقف على العديد من العوامل نذكر أهمها :

١ - عدد المتغيرات المستقلة :

٢ - العينات مستقلة أو مرتبطة .

٣ - مستوى القياس للمتغير التابع : فتري أو ترتيبي .

٤ - عدد المتغايرات Covariates . **المتغاير** هو متغير مرافق أي مصاحب للمتغير التابع - ويستخدم لتخليصه من بعض الإختلافات غير المرغوبة .

وهذا الكتاب يعرض في الفصول القادمة مجموعة من التصميمات التجريبية والإختبارات الإحصائية المناظرة لها كنماذج أساسية شائعة ، تعد مدخلاً للعديد

من التصميمات التجريبية والأساليب الإحصائية المستخدمة لتحليلها وإختبارها، وهذه النماذج يمكن الرجوع إليها في المراجع الإحصائية المتخصصة والمتعلقة بتصميم وتحليل التجارب .

٣ - ٤ - ٣ تحليل التباين ANOVA

إن الإختبارات والمقارنات بين عدة مجموعات تختلف تبعاً لتصميم التجربة والنموذج الإحصائي المستخدم في التحليل ، ولكنها تعتمد جميعها على فكره وأسلوب تحليل التباين Analysis of variance (ANOVA) الذي قدمه عالم الإحصاء فيشر Fisher عام ١٩٢٣ وهو أسلوب يتم فيه تقسيم التباين(*) المشاهد في البيانات التي نحصل عليها من التجربة أو المسح إلى أجزاء مختلفة كل منها يمكن إرجاعه إلى مصدر (سبب أو عامل) معلوم ، وبذلك يمكن تقييم المقدار النسبي للتباين الناتج من كل مصدر في تقدير ما إذا كان ذلك معنوياً أم لا .

الأفتراضات :

١ - المشاهدات عشوائية

٢ - توزيع المتغير التابع في المجتمع التي تسحب منه العينات يتبع التوزيع الطبيعي .

٣ - التباينات في المجتمعات التي تسحب منها العينات متساوية .

٤ - تأثير العوامل المختلفة تجميعي additive .

(*) في الحقيقة تقوم الطريقة بتقسيم مجموع المربعات مجـ (س - $\bar{س}$)^{2} .

ويتميز أسلوب تحليل التباين بأنه في حالة عدم توفر شرط التوزيع الطبيعي وشرط تجانس التباينات - بدرجة ليست كبيرة فإن ذلك لا يؤثر بدرجة كبيرة على الإستقرا ءات Inferences التي تحصل عليها .

وعلى أي حال فإن التحقق من توافر الشروط المطلوبه يتم عن طريق اختبارات إحصائية مختلفة يمكن الرجوع إليها في المكان المخصص لها بالكتاب .

٣ - ٥ مقارنة عدة متوسطات : بيانات مستقلة

٣ - ٥ - ١ التصميم كامل العشوائية

يستخدم التصميم كامل العشوائية Completey Randomized Design (CRS) للمقارنة بين المجموعات في حالة كون البيانات مستقلة .

وفي هذا التصميم يتم توزيع المعاملات بصورة كاملة عشوائياً على الوحدات التجريبية أو العكس حيث توزع وحدات التجربة جميعها عشوائياً على المعاملات .

ويتميز هذا التصميم بالمرونة والبساطة ، على أنه لا ينصح بإستخدامه إلا إذا كانت وحدات التجربة متجانسة .

ونوضع هنا أن النماذج ألسابق إستخدامها لمقارنة متوسطين في حالة العينات المستقلة (٣ - ٣) تعد تصميماً كامل العشوائية لمعاملتين . وفي حالة إستخدام تحليل التباين لمقارنة متوسطين فإن النتائج التي تحصل عليها تكون مطابقة لنتائج إختبار ت - فيشر (٣ - ٣ - ٢) .

التعشية

التعشية ، وتعني توزيع المعالجات عشوائياً على وحدات التجربة ، تعد من الأسس الهامة التي يلزم مراعاتها عند إجراء التجارب بصفة عامة وذلك تحقيقاً للموضوعية وعدم التحيز . وتعد الجداول العشوائية من أهم الوسائل التي يعتمد عليها في هذا الشأن ، ولتوضيح ذلك فيما يتعلق بالتصميم الكامل العشوائية ، نفترض تجربة لمقارنة ثلاث طرق للتدريب أ ، ب ، جـ وذلك بالتطبيق على مجموعات من العمال أعدادها على الترتيب ٣ ، ٤ ، ٥ .

١ - يخصص لكل وحدة تجريبية (العامل) رقماً ، ولتكن الأرقام بالتسلسل من ١ إلى ١٢ .

٢ - تستخرج ١٢ عدداً عشوائياً تقع بين ١ ، ١٢ مع حذف التكرار وتدون حسب ترتيب الحصول عليها .

٣ - بفرض أن الأعداد العشوائية التي حصلنا عليها حسب الخطوة السابقة كانت كما يلي :

٨ ، ٣ ، ٧ ، ٦ ، ١١ ، ٩ ، ١ ، ١٢ ، ١٠ ، ٢ ، ٤ ، ٥

تكون المجموعات الثلاث والتي ستطبق عليها المعاملات الثلاثة على الترتيب كما يلي :

المجموعة الأولى	٨ ، ٣ ، ٧	يطبق عليها الطريقة أ
المجموعة الثانية	٦ ، ١١ ، ٩ ، ١	يطبق عليها الطريقة ب
المجموعة الثالثة	١٢ ، ١٠ ، ٢ ، ٤ ، ٥	يطبق عليها الطريقة جـ

ملحوظة : عندما يكون عدد وحدات التجربة صغيراً كما في هذا المثال يفضل أن نستخرج ١٢ عدداً عشوائياً - من ثلاث حدود - ثم نقوم بإعطائها رتب من ١ إلى ١٢ - ثم توزع هذه الأخيرة على المعاملات كما في الخطوة (٣) والتطبيق التالي يوضح ذلك .

تطبيق (٣ - ٣٦)

في تجربة لمقارنة أربعة أنواع من الأسمدة تم تخصيص الأعداد التالية من الحقول على الترتيب ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٦ .

والمطلوب : توزيع المعاملات على الحقول حسب التصميم كامل العشوائية بإستخدام الجداول العشوائية . لتكن نقطة البداية الصف ٦ والعمود ١١ .

الحل :

١ - نخصص لكل حقل رقماً بالتسلسل ١ ، ٢ ، .... ، ١٦ .

٢ - نستخرج ١٦ عدد عشوائي - من ثلاثة حدود - باستخدام الجداول العشوائية الملحقة ، وهى كما يلي حسب ترتيب ظهورها . الأرقام بين القوسين هى رتبة الرقم .

(٢) ٠٤٢	(١٣) ٨٦٨	(٦) ١٩٥	(٤) ١٣٨
(٧) ٦٣٦	(٩) ٧٨١	(٥) ١٦٧	(١٦) ٩٨٦
(١٥) ٨٩١	(١) ٠٣١	(١١) ٨٠٤	(١٠) ٧٨٩
(١٤) ٨٥٩	(٨) ٦٥٥	(٣) ٠٦٣	(١١) ٨٢٨

٣ - توزع المعاملات على الحقول حسب الأرقام الموضحة فيما يلي :

المعاملة الأولى : ٢ ، ١٣

المعاملة الثانية : ٦ ، ٤ ، ٧

المعاملة الثالثة : ٩ ، ٥ ، ١٦ ، ١٥ ، ١

المعاملة الرابعة : ١١ ، ١٠ ، ١٤ ، ٨ ، ٣ ، ١٢

تحليل التباين :

البيان التالي يوضح قيم المشاهدات (المتغير التابع) موزعة في مصفوفة ، ومقسمة في مجموعات (أعمدة) تبعاً للمعاملات وعددها م وكذا الرموز المتعلقة بعدد المشاهدات ومجموعها و المتوسطات الحسابية للمعاملات .

المعاملات

	١	٢	٣	ل	.....	م	
	ص١١	ص١٢		صل١		صم١	
	ص٢١						
	ص١ر			صل ر			
	ص١ن١	ص٢ن٢		صل ن ل		صم ن م	
عدد المشاهدات	ن١	ن٢		نل		نم	ن
مجموع	ص١.			صل.		صم.	ص..
المتوسط الحسابي	ص̄١.			ص̄ل.		ص̄م.	ص̄

وفيما يلي عرض لجدول تحليل التباين والرموز والمصطلحات المستخدمة وكذا العمليات الحسابية .

جدول تحليل التباين

مصدر التباين	مجموع المربعات م.م	درجات الحرية د ح	متوسط المربعات	إحصاء الإختبار
المعاملات	مـ	م - ١	$\text{ء}^{2}_{\text{مـ}}$	$\text{ء}^{2}_{\text{م}} / \text{ء}^{2}_{\text{م}}$
الخطا	خـ	ن - م	$\text{ء}^{2}_{\text{خـ}}$	
	ك	ن - ١		

مصدر التباين :

يتم تقسيم الإختلافات (التباين) بين المشاهدات إلى :

١ - إختلافات بسبب تأثير المعاملات ، أو بين المعاملات أو بين المجموعات.

٢ - إختلافات ترجع إلى الخطأ أو داخل المجموعات .

$$\text{ك} = \text{مجـ ص}^{2} - \text{ص}^{2}_{..} / \text{ن} \qquad (٣-٤٣)$$

$$\text{مـ} = \text{مجـ ص}^{2}_{\text{ل.}} / \text{نل} - \text{ص}^{2}_{..} / \text{ن} \qquad (٣-٤٤)$$

$$\text{خـ} = \text{ك} - \text{مـ} \qquad (٣-٤٥)$$

$$\text{ء}^{2}_{\text{مـ}} = \text{مـ} / \text{م} - ١ \qquad (٣-٤٦)$$

$$\text{ء}^{2}_{\text{خـ}} = \text{خـ} / \text{ن} - \text{م} \qquad (٣-٤٧)$$

متوسط المربعات هو مصطلح يستخدم في تحليل التباين ، وهو تباين العينة ويتم الحصول على تقديرات مختلفة للتباين :

١ - $ء^٢_م$ ويعد تقديراً للتباين بسبب التأثير المنتظم للمتغير المستقل (المعاملات) بالإضافة إلى خطأ المعاينة .

٢ - $ء^٢_خ$ ويعد تقديراً للتباين بسبب التغيرات الغير منتظمة داخل المعاملات .

إحصاء الإختبار : ف = $ء^٢_م$ / $ء^٢_خ$ (٣-٤٨)

في حالة عدم وجود تأثير للمتغير المستقل فإن التباين في البسط يكون راجعاً فقط إلى خطأ المعاينة ، ويتساوى تقريباً البسط والمقام وتكون النسبة ف = ١ تقريباً . ولكن في حالة وجود تأثير للمتغير المستقل فإن الفروق بين المتوسطات تتزايد وبالتالي يزيد التباين في البسط عن التباين في المقام وتكون النسبة ف أكبر من ١ وعلى ذلك، يعد الإحصاء ف أساساً لإختبار فرض وجود تأثير للمتغير المستقل .

والنسبة ف تتبع توزيع ف بدرجات حرية (م - ١) ، (ن - م) .

المقارنات المتعددة :

في حالة ظهور قيمة معنوية للإحصاء ف ورفض فرض العدم فإن ذلك يعني فقط أن المجتمعات يحتمل أن تكون متوسطاتها غير متساوية ولا يشير ذلك إلى مكان وجود الفروق ومقاديرها ولا ترتيبها النسبي . ويتطلب الأمر إجراء مقارنات بين كل مجموعة والمجموعات الأخرى ، وتوجد عدة طرق في هذا الشأن

نعرض منها طريقة أصغر فرق معنوي (أ ف م) Least Significant difference (LSD) وقد قدمها العالم فيشر . وهى تستخدم بعد رفض فرض العدم ، وتقضى بوجود إختلاف بين متوسطي المجتمعين ١ ، ٢ (مثلاً) بمستوى معنوية α في حالة ما إذا كان :

$$|\bar{ص}_1 - \bar{ص}_2| > أ\ ف\ م \qquad (٣-٤٩)$$

$$أ\ ف\ م = ت_{ن-م\ (١-α/٢)} \sqrt{ع_{خ}^{٢} \left(\frac{١}{ن_١} + \frac{١}{ن_٢} \right)} \qquad (٣-٥٠)$$

تطبيق (٣ - ٣٧)

في تجربة لمقارنة ثلاث طرق مختلفة لتدريب العمال وبيان أثر ذلك على الإنتاج تم توزيع العمال في ثلاث مجموعات ، وفيما يلي بيان بإنتاجهم بعد التدريب .

الطريقة أ	الطريقة ب	الطريقة جـ
٤	٣	٢
٦	٤	٤
٥	٥	٣
٥	٤	٣

المطلوب : بمستوى معنوية ٥ ٪

أ - إختبار معنوية الفروق في الإنتاج بين طرق التدريب المختلفة .

ب - إختبار معنوية الفروق بين كل طريقة وأخرى .

الحل :

	أ	ب	جـ	كلي
المجموع	٢٠	١٦	١٢	٤٨
المتوسط الحسابي	٥	٤	٣	٤

مجـ ص^{٢} = ٤^{٢} + ٦^{٢} + ... + ٣^{٢} = ٢٠٦

ك = ٢٠٦ − (٤٨)^{٢}/١٢ = ٢٠٦ − ١٩٢ = ١٤

مـ = ٢٠^{٢}/٤ + ١٦^{٢}/٤ + ١٢^{٢}/٤

− (٤٨)^{٢}/١٢ = ٢٠٠ − ١٩٢ = ٨

جدول تحليل التباين

مصدر التباين	مجموع المربعات	درجات الحرية	متوسط المربعات	إحصاء الإختبار
طرق التدريب	٨	٢	٤	٦
الخطأ التجريبي	٦	٩	٣/٢	
	١٤	١١		

ف$_{٢،٩}$ (٠،٩٥) = ٤،٢١

يوجد فرق معنوي

المقارنات المتعددة :

$$أ ف م = ت_{م}^{(٠,٩٧٥)} \sqrt{٣/٢ \left(\frac{١}{٤} + \frac{١}{٤} \right)}$$

$$= ٢,٢٦٢ (٠,٥٧٧) = ١,٣٠٦$$

وفيما يلي بيان بالمقارنات بين متوسطات الإنتاج في الطرق المختلفة :

متوسط المعامله	أ ٥	ب ٤	جـ ٣
أ ٥	.	١	٢
ب ٤		.	١

أي أن هناك فرق معنوي فقط بين الطريقتين أ ، جـ .

تطبيق (٣ - ٣٨)

في دراسة لخواص التربة في ثلاث مناطق مختلفة ، قام أحد الباحثين بسحب عينة عشوائية حجمها ١٠ قطع من كل منطقة وتحليلها ، وفيما يلي بيان نسب الطمي في التربة كما وردت بالتحليل .

والمطلوب : إختبار فرض تساوي نسب الطمي في الثلاث مناطق بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

منطقة (١)	المنطقة (٢)	المنطقة (٣)
٢١	٢٤	١٨
٢٢	١٧	٢٣
٢٤	٢٨	٢٢
٢٦	١٩	٢١
٢٧	٢٥	١٨
٢٥	٢٠	١٩
١٩	٢٥	١٩
٢٩	٢٤	٢٥
٢٦	١٩	٢٤
٢٤	٢١	٢١

الحل :

مجـ ص = ٢٤٣ ، ٢٢٣ ، ٢١٠ في المناطق الثلاث على الترتيب .

مجـ ص^{٢} = ٢١^{٢} + ٢٢^{٢} + ... + ٢٤^{٢} + ٢١^{٢} = ١٥٤٨٩

ك = ١٥٤٨٩ − (٦٧٥)^{٢}/٣٠ = ١٥٤٨٩ − ١٥١٨٧,٥ = ٣٠١,٥

م = (٢٤٣)^{٢}/١٠ + (٢٢٢)^{٢}/١٠ + (٢١٠)^{٢}/١٠ − (٦٧٥)^{٢}/٣٠

= ١٥٢٤٣,٣ − ١٥١٨٧,٥ = ٥٥,٨

جدول تحليل التباين

المصدر	د . ح	مجموع المربعات	متوسط المربعات	إحصاء الإختبار
بين المناطق	٢	٥٥,٨	٢٧,٩	٣,٠٦٦
الخطأ	٢٧	٢٤٥,٧	٩,١	
كلي	٢٩	٣٠١,٥		

قيمة الإحصاء أصغر من قيمة $ف_{٢ ، ٢٧}(٠,٩٥)$

لذا لا نستطيع رفض فرض تساوي نسب الطمي في التربة بين المناطق الثلاث .

ملحوظة : الجداول الملحقة لا تعطي قيمة $ف_{٢،٢٧}(٠,٩٥)$ وبالنظر إلى القيمة التي قبلها والتي بعدها نجد أن : $ف_{٢،٢٤}(٠,٩٥)$ = ٣,٤٠ ، $ف_{٢،٣٠}(٠,٩٥)$ = ٣,٣٢ وهذا يعني أن قيمة $ف_{٢،٢٧}(٠,٩٥)$ تقع بين هاتين القيمتين : ، وهى بالتالي أكبر من قيمة ف المشاهدة (٣,٠٦٦) .

تطبيق (٣ - ٣٩)

في دراسة لتلوث البيئة ، قام أحد المهندسين المختصين بمراقب تلوث الهواء بفحص تأثير ثلاث مصانع مختلفة على تلوث الهواء ، وقد تم أحد خمس قراءات عشوائياً لكل صناعة في أوقات مختلفة ، وفيما يلي النتائج المسجلة ، بين ما إذا كان هناك خلاف بين المصانع ، بمستوى معنوية ١ ٪ .

مصنع (أ)	مصنع (ب)	مصنع (جـ)
٤٦	٤٩	٤٥
٤٤	٥٢	٤٧
٥١	٥١	٤٢
٥٠	٥٤	٤٠
٤٩	٥٦	٤٣

الحل :

	مصنع أ	مصنع ب	مصنع جـ	
مجـ ص	٢٤٠	٢٦٢	٢١٧	٧١٩
$\bar{ص}_ر$	٤٨	٥٢,٤	٤٣,٤	٤٧,٩٣٣

مجـ ص^{٢} = ٢٦^{٢} + ٤٤^{٢} + ... + ٤٣^{٢} = ٣٤٧٥٩

ك = مجـ ص^{٢} - (مجـ ص)^{٢}/ن = ٣٤٧٥٩ - (٧١٩)^{٢}/١٥

= ٣٤٧٥٩ - ٣٤٤٦٤ = ٢٩٥

مـ = ٢٤٠^{٢}/٥ + ٢٦٢^{٢}/٥ + ٢٢٧^{٢}/٥ - ٣٤٤٦٤ = ٢٠٣

المصدر	د . ح	مجموع المربعات	متوسط المربعات	ف
بين المناطق	٢	٢٠٣	١٠١,٥	١٣,٢
الخطأ	١٢	٦٢	٧,٦٧	
المجموع كلي	١٤	٢٩٥	٢١,٠٠	

$ف_{٢،١٢} (٠,٩٩) = ٦,٩٣$

نرفض ف ـ : أي أن المتوسطات غير متساوية

المقارنات بين المصانع :

	مصنع ب ٥٢,٤	مصنع أ ٤٨	مصنع جـ ٤٣,٤
مصنع ب ٥٢,٤	..	٤,٤	٩
مصنع أ ٤٨	..	..	٤,٦

$$أ ف م = ت_{١٢} (,٩٩٥) \sqrt{٧,٦٧ \left(\frac{١}{٥} + \frac{١}{٥} \right)}$$

$$= ٣,٩٣٠ \sqrt{٣,٠٦٨} = ٦,٩$$

يوجد فرق معنوي بين المصنع ب والمصنع جـ .

تطبيق (٣ - ٤٠)

البيان التالي يعرض عدد الأميال المقطوعة للجالون والمسجلة بواسطة خمس سيارات متماثلة تسير وفق ظروف مماثلة بإستخدام ٣ أنواع مختلفة من البنزين ، وضح بمستوى معنوية ٥ ٪ ما إذا كان هناك فروق بين أنواع البنزين الثلاثة :

(أ)	(ب)	(جـ)
٢٦	٢٤	٢٩
٢٩	٢٥	٢٦
٢٦	٢٧	٢٤
٢٩	٢٦	٢٦
٢٨	٢٣	٢٧

الحل :

	أ	ب	جـ	
المجموع	١٣٨	١٢٥	١٣٢	٣٩٥
المتوسط الحسابي	٢٧,٦	٢٥	٢٦,٤	٢٦,٣٣
مربع المجموع	١٩,٤٤	١٥٦٢٥	١٧٤٢٤	

مجـ $ص^{2}$ = ١٠٤٥١

المصدر	د . ح	مجموع المربعات	متوسط المربعات	الإحصاء
بين المعاملات	٢	١٦,٩٣	٨,٤٧	٣,١٤
الخطأ التجريبي	١٢	٣٢,٤٠	٢,٧	
المجموع كلي	١٤	٤٩,٣٣		

$ف_{١٢،٢} (٠,٩٥) = ٣,٨٩$

لا نستطيع رفض فرض تساوي المتوسطات لأنواع البنزين الثلاثة .

٣-٥-٢ إختبار كروسكال - واليز

قدمه العالمان Kruskal and Wallis عام ١٩٥٢ ويعرض الإختبارات اللامعلمية Non Parmetric ويستخدم لمقارنة المجموعات وإختبار الفروق بينها في التصميم كامل العشوائية ، وذلك في حالة عدم توفر الشروط اللازمة لإستخدام إجراءات تحليل التباين .

الإفتراضات :

١ - مستوى قياس المتغير التابع ترتيبي على الأقل .

٢ - العينات كلها عشوائية ومستقلة .

الفروض :

وهذه تتوقف على الإفتراضات حول البيانات : فقد تكون :

أ - تساوى المتوسطات الحسابية في حالة البيانات الفترية وتماثل التوزيعات .

ب - تساوي الوسيط في كل المجتمعات : في حالة البيانات الترتيبية وتماثل التوزيعات .

جـ - تساوي متوسط الرتب في كل المجتمعات : في حالة عدم وجود إفتراضات حول التوزيعات .

إحصاء الإختبار :

يتم ترتيب كل المفردات ترتيباً تصاعدياً ، وفي حالة وجود قيود (قيم مكررة) تعطي كلها رتبة تعادل المتوسط الحسابي للرتب المقيدة ، نجمع الرتب في كل مجموعة : $\text{ر}_{1.}$ ، $\text{ر}_{2.}$ ، ..... $\text{ر}_{\text{م}.}$ ويكون متوسط رتب المجموعات $\bar{\text{ر}}_{1.}$ ، $\bar{\text{ر}}_{2.}$ ، ..... $\bar{\text{ر}}_{\text{م}.}$.

وفي حالة عدم وجود قيود أو كانت قليلة نستخدم الإحصاء .

$$\text{ص} = \frac{12 \ \text{مجـ} \ \text{ر}^2_{\text{ل}.} / \text{نل}}{\text{ن} \ (\text{ن} + 1)} - 3 \ (\text{ن} + 1) \qquad (3-51)$$

وفي حالة زيادة القيود بدرجة كبيرة نستخدم الإحصاء .

$$\text{ص} = \frac{1}{\text{ع}^2} \left(\text{مجـ} \ \text{ر}^2_{\text{ل}.} / \text{نل} - \text{ن} \ (\text{ن}+1)^2 / 4 \right) \qquad (3-52)$$

حيث

$$\text{ع}^2 = \frac{1}{\text{ن} - 1} \left(\text{مجـ} \ \text{ر}^2 - \text{ن} \ (\text{ن}+1)^2 / 4 \right) \qquad (3-53)$$

توزيع المعاينة :

الإحصاء ص يتبع توزيع خاص هو توزيع كروسكال - والز ، وتعرض الجداول الإحصائية الملحقة (جدول - ١٢) قيم التوزيع في حالة وجود ثلاث مجموعات م = ٣ وحجوم عيناتها لا تزيد عن ٥ .

وفي حالة وجود قيود ، أو عدم وجود القيم بالجداول يستخدم توزيع كا^{2} بدرجات حرية م - ١ حيث يعطي قيم تقريبية .

المقارنات المتعددة :

في حالة رفض فرض العدم ، يعتبر المجتمعان ١ ، ٢ مثلاً مختلفان بمستوى معنوية م في حالة .

$$\left| \bar{\text{ر}}_{1.} - \bar{\text{ر}}_{2.} \right| > \text{أ ف م} \qquad (٣-٥٤)$$

$$\text{أ ف م} = \text{ت}_{\text{ن}-\text{م}}^{(1-\alpha/2)} \sqrt{\text{ء}^{2} \left(\frac{\text{ن} - 1 - \text{ص}}{\text{ن} - \text{م}} \right) \left(\frac{1}{\text{ن}_{1}} + \frac{1}{\text{ن}_{2}} \right)} \qquad (٣-٥٥)$$

تطبيق (٣ - ٤١)

في دراسة للإتجاهات تم سحب ثلاث عينات من ثلاث مجتمعات مختلفة تمثل طلبة كليات التربية والإجتماع والخدمة الإجتماعية ، وتم توزيع قائمة على كل طالب تشمل عدداً من الأسئلة والفقرات . وفيما يلي بيان بمجموع الإجابات لكل طالب . بين ما إذا كان هنا فرق بين المجموعات الثلاثة وذلك بمستوى معنوية ٥ ٪ .

التربية	الإجتماع	الخدمة الإجتماعية
٣٠	١٤	٣٩
٤٣	٤٠	٨٠
٢٦	٥٢	٨٤
١١	٦٤	٧٢
٣٥	٣٧	

الحل :

	(أ)	(ب)	(جـ)
	٤	٢	٧
	٦	٨	١٣
	٣	١٠	١٤
	١	١١	١٢
	٥	٦	
ر ل.	٢٢	٣٧	٤٦

$$\text{ء ر}^{٢}_{\text{ل.}}/\text{نل} = ٩٦,٨ + ٢٧٣,٨ + ٥٢٩ = ٨٩٩,٦$$

$$\text{ص} = \frac{١٢ \text{ مجـ ر}^{٢}_{\text{ل.}} / \text{نل}}{\text{ن} (\text{ن} + ١)} - ٣ (\text{ن} + ١)$$

$$= \frac{١٢ (٨٩٩,٦)}{١٤ (١٥)} - ٣ (١٥) = ٦,٤$$

بالرجوع لجدول ١٢ نجد عند حجوم العينات ٥ ، ٥ ، ٤ ومستوى معنوية ٠,٠٥ أن القيمة الحرجة هى ٥,٦٤ لذا نرفض فرض العدم .

المقارنات المتعددة :

$$\text{ء}^{٢} = \frac{١}{\text{ن} - ١} \left[\text{مجـ ر}^{٢} - \text{ن} (\text{ن} + ١)^{٢} / ٤ \right]$$

$$= \frac{١}{١٣} \left[١٠١٥ - ١٤(١٥)^{٢}/٤ \right] = ١٧,٥$$

$$\text{أ ف م} = \text{ت}_{١١}(٠,٩٧٥) \sqrt{١٧,٥ \left(\frac{١٤ - ١ - ٦,٤}{١١} \right) \left(\frac{١}{\text{ن}_{١}} + \frac{١}{\text{ن}_{٢}} \right)}$$

$$= ٢,٢٠١ \sqrt{١٠,٥ \left(\frac{١}{\text{ن}_{١}} + \frac{١}{\text{ن}_{٢}} \right)}$$

ويتوقف هذا المقدار على مجموع العينات محل المقارنة ، ولذا يكون لدينا قيمتان :

أ ف م = ٢,٢٠١ $\sqrt{}$ ١٠,٠٥ ($\frac{١}{٥}$ + $\frac{١}{٥}$) = ٤,٥ أو

= ٢,٢٠١ $\sqrt{}$ ١٠,ن ($\frac{١}{٥}$ + $\frac{١}{٤}$) = ٤,٧٨

	التربية ٤,٤	الإجتماع ٧,٤	الخدمة الإجتماعية ١١,٥
التربية ب ٤,٤		٣	٧,١
الإجتماع ٧,٤			٤,١

إذن يوجد فرق معنوي فى الإتجاهات فقط بين طلبة التربية والخدمة الإجتماعية .

تطبيق (٣ - ٤٢)

في إحدى المدارس التجريبية ، تستخدم ثلاث طرق للتدريس ، وكل فصل يحوي ٨ طلاب - وفي نهاية العام يتم إختبارهم وإعطائهم رتب حسب أدائهم ، وكما هو موجز بالبيان التالي .

والمطلوب : إختبار الفرض بأن الثلاث طرق متكافئة وذلك بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

(أ)	(ب)	(جـ)
١٦	٢٠	١٩
٢١	٣	١
٩	١٢	١٠
٢٤	١١	٤
١٥	٥	٢
٢٢	١٨	١٤
١٣	٧	١٧
٢٣	٨	٦

الحل :

المجموع : رل. ١٤٣ ٨٤ ٧٣

$ر^{٢}ل.$ ٢٠٤٤٩ ٧٠٥٩ ٥٣٢٩

مجـ $ر^{٢}ل$/نل = ٢٥٥٦,١ + ٨٨٢ + ٦٦٦,١ = ٤١٠٤,٢

$$ص = \frac{١٢ (٤١٠٤,٢)}{٢٤ (٢٥)} - ٣ (٢٥) = ٧,٠٨$$

$كا^{٢}_{٢}$ (٠,٩٥) = ٥,٩٩١

لذا نرفض فرض إعتبار أن الثلاث طرق متكافئة .

المقارنات المتعددة :

$$ع^{٢} = \frac{١}{٢٣} \left[٤٩٠٠ - ٢٤ \, (٢٥)^{٢} / ٤ \right] = ٥٠$$

$$أ\,ف\,م = ت_{٢١}^{(٠,٩٧٥)} \sqrt{٥٠ \left(\frac{٢٩-١-٧,٠٨}{٢٤-٣} \right) \left(\frac{١}{٨} + \frac{١}{٨} \right)}$$

$$= ٢,٠٨٠ \times ٣,٠٧٨ = ٦,٤$$

	الطريقة أ	الطريقة ب	الطريقة جـ
متوسط الرتب	١٧,٩	١٠,٥	٩,١
الطرقة أ ١٧,٩	..	٧,٤	٨,٨
الطريقة ب ١٠,٥	..		١,٤

توجد فروق معنوية بين كل من الطرق أ ، ب وكذا أ ، جـ .

٣ -٦٠ مقارنة عدة متوسطات : بيانات مرتبطة

٣ - ٦ - ١ تصميم القطاعات كاملة العشوائية

تصميم القطاعات كاملة العشوائية (*) Comletely randunized blaeks يعد إمتداداً لتصميم الأزواج المرتبطة (٣ - ٢) غير أن المقارنة هنا تتم بين أكثر من مجموعتين . ويستخدم هذا التصميم لضبط الإختلافات بسبب المصادر غير المرغوب فيها ، ويتم ذلك من خلال تقسيم الوحدات التجريبية إلى فئات متجانسة نسبياً تسمى القطاعات التجريبية Experimental blocks ، وهذه القطاعات تكون متجانسة بحيث تحوى وحدات تجريبية لها خواص مشتركة يكون لها تأثير على المتغير التابع محل الدراسة . ويكون عدد الوحدات التجريبية داخل كل قطاع مساوياً عدد المعاملات .

ومن الأمثلة على ذلك في التجارب الزراعية تكون القطاعات من أراض بمستوى خصوبة معينة أو لها مساحة معينة أو مجموعة أشجار متماثلة .

وفي البحوث الخاصة بالتغذية والعلاج والتي تجرى على حيوانات التجارب تكون القطاعات من حيوانات من نفس الولدة وفي تجارب العلاج التي تجرى على المرضى يمكن تقسيمهم إلى قطاعات حسب العمر ، الجنس ، شدة المرض .. إلخ .

(*) توجد تسميات مختلفة لهذا النموذج وهي :

Two way anova - one observation per cell .
One factor within - Subjects design .
Treatment by Subjects design .
Repeated measures design .

التعشية :

١ - يتم ترقيم المعاملات وكذا ترقيم القطاعات .

٢ - للقطاع الأول تقوم بسحب مجموعة عشوائية بعدد المعاملات كل وحدة فيها تخصص لمعاملة معينة - وذلك بالأسلوب السابق إتباعه في النموذج كامل العشوائية .

٣ - نكرر الخطوة السابقة على باقي القطاعات .

الفروض :

يوجد فرضنان يمكن إختبارهما .

١ - لا يوجد تأثير للمعاملات (الأعمدة) ، بمعنى أن تأثير المعاملات على المتوسطات متساو .

٢ - لا يوجد تأثير للقطاعات (الصفوف) ، بمعنى أن تأثير القطاعات على المتوسطات متساو .

تحليل التباين :

البيان التالي يعرض قيم المشاهدات (المتغير التابع) في مصفوفة وموزعة حسب المعاملات (الأعمدة) والقطاعات (الصفوف) - ويوضح كذلك مجموع القيم والمتوسط الحسابي وذلك لكل معالجة ولكل قطاع .

		المعاملات					مجموع	متوسط
		١	٢	ل	م			
القطاعات	١	ص١١	ص٢١	ص١ل	ص١م		ص١.	ص̄١.
	٢						ص٢.	
	.							
	ر			ص ر ل			ص ر.	ص̄ ر.
	.							
	ق	ص ق١			ص ق م		ص ق.	ص̄ ق.
مجموع		ص.١	ص.٢	ص.ل	ص.م		ص..	
متوسط		ص̄.١	ص̄.٢	ص̄.ل	ص̄.م			ص̄

وفيما يلي عرض لجدول تحليل التباين والرموز والمصطلحات المستخدمة وكذا العمليات الحسابية .

جدول تحليل التباين

مصدر التباين	مجموع المربعات	د . ح	متوسط المربعات	الإحصاء
المعاملات	مـ	م - ١	ع٢ مـ	ع٢ مـ / ع٢ خ
القطاعات	ق	ق - ١	ع٢ ق	ع٢ ق / ع٢ خ
الخطأ	خ	(م-١) (ق-١)	ع٢ خ	
	ك	ن - ١		

$$ك = مجـ ص^{٢} - ص^{٢}_{..} / ن \qquad (٣-٥٦)$$

$$مـ = مجـ ص^{٢}_{.ل} / ق - ص^{٢}_{..} / ن \qquad (٣-٥٧)$$

$$ق = مجـ ص^{٢}_{ر.} / م - ص^{٢}_{..} / ن \qquad (٣-٥٨)$$

$$خـ = ك - (مـ + ق) \qquad (٣-٥٩)$$

$$ع^{٢}_{مـ} = مـ (م - ١) \qquad (٣-٦٠)$$

$$ع^{٢}_{ق} = ق / ق - ١ \qquad (٣-٦١)$$

$$ع^{٢}_{خـ} = خـ / (م - ١) (ق - ١) \qquad (٣-٦٢)$$

إحصاء الإختبار :

لإختبار فرض تساوي تأثير المعاملات نستخدم الإحصاء

$$ف_{١} = ع^{٢}_{مـ} / ع^{٢}_{خـ} \qquad (٣-٦٣)$$

وهو يتبع توزيع ف بدرجات حرية (م - ١) ، (م - ١) (ق - ١)

ولإختبار فرض تساوي تأثير القطاعات نستخدم الإحصاء

$$ف_{٢} = ع^{٢}_{ق} / ع^{٢}_{خـ} \qquad (٣-٦٤)$$

المقارنات المتعددة :

في حالة رفض فرض العدم فإن متوسط مجتمعان ١ ، ٢ يختلفان معنوياً بمستوى معنوية مـ إذا كان .

$$\left| \bar{\text{ص}}_{١.} - \bar{\text{ص}}_{٢.} \right| > \text{أ ف م} \qquad (٣-٦٥)$$

$$\text{أ ف م} = \text{ت}^{(١-\text{مـ}/٢)}_{(\text{م}-١)(\text{ق}-١)} \sqrt{\text{ع}^{٢}_{\text{خ}} (٢/\text{ق})} \qquad (٣-٦٦)$$

تطبيق (٣ - ٤٣)

مؤسسة تريد إدخال نظام منسق الكلمات وقد تقرر إختيار النظام الذي يحقق أكبر إنتاج ، تم تجربة الأنظمة الثلاثة المتاحة على ستة من العمال تم إختيارهم عشوائياً بحيث يعمل كل منهم على الأنظمة كلها ، وقد سجل إنتاج كل منهم (عدد الكلمات في الدقيقة) . والمطلوب إختبار فرض إختلاف الأنظمة بمستوى معنوية ٥ ٪ وإجراء المقارنات بين المعاملات .

النظام

العامل	١	٢	٣
١	٤٢	٤٥	٤٥
٢	٣٧	٣٦	٤٠
٣	٥٣	٥٦	٥٥
٤	٦٨	٧٣	٧٥
٥	٤٨	٤٥	٤٨
٦	٣٦	٣٩	٤٠

النظام

العامل	١	٢	٣	مجموع	متوسط
١	٤٢	٤٥	٤٥	١٣٢	٤٤
٢	٣٧	٣٦	٤٠	١١٣	٣٧,٧
٣	٥٣	٥٦	٥٥	١٦٤	٥٤,٧
٤	٦٨	٧٣	٧٥	٢١٦	٧٢
٥	٤٨	٤٥	٤٨	١٤٠	٤٦,٧
٦	٣٦	٣٩	٤٠	١١٥	٣٧,٣
مجموع	٢٨٤	٢٩٤	٣٠٢	٨٨٠	
متوسط	٤٧,٣	٤٩	٥٠,٣		٤٨,٩

مجـ ص$_{٢}$ = ٤٥٥٨٢

ك = ٤٥٥٨٢ − (٨٨٠)^{٢}/١٨ = ٢٥٥٩,٧٨

= ٤٥٥٨٢ − ٤٣٠٢٢,٢٢ = ٢٥٥٩,٧٨

مـ = (٢٨٤^{٢} + ٢٩٤^{٢} (٣٠٢^{٢}) / ٦ − ٤٣٠٢٢,٢٢ = ٢٧,١١

ق = (١٣٢^{٢} + ١١٣^{٢} + ١٦٤^{٢} + ٢١٦^{٢} + ١٤٠^{٢} + ١١٥^{٢}) / ٣

− ٤٣٠٢٢,٢٢ = ٢٥٠١,١١

خ = ٢٥٥٩,٧٨ − (٢٧,١١ + ٢٥٠١,١١) = ٣١,٥٦

المصدر	د . ح	م . م	متوسط المربعات	الإحصاء
الأنظمة	٢	٢٧,١١	١٣,٥٦	٤,٣٠
العمال	٥	٢٥٠١,١١	٥٠٠,٣٢	١٥٨,٥٢
الخطأ	١٠	٣١,٥٦	٣,١٦	
المجموع	١٧	٢٥٥٩,٧٨		

$ف_{٢،١٠}(٠,٩٥) = ٤,١$

وبذلك نرفض فرض تكافؤ الأنظمة .

المقارنات المتعددة :

$أ ف م = ت_{١٠}(٠,٩٧٥) \sqrt{٣,١٦ \ (٢/٦)}$

$= ٢,٢٢٨ \ (١,٠٢٦) = ٢,٢٨٦$

النظام		١	٢	٣
	المتوسط	٤٧,٣	٤٩	٥٠,٣
١	٤٧,٣	.	١,٧	٣
٢	٤٩			١,٣

لا توجد فروق معنوية بين الأنظمة ١ ، ٢ وكذلك بين ٢ ، ٣ بينما يوجد فرق معنوي بين النظامين ١ ، ٣ .

تطبيق (٣ - ٤٤)

في تجربة لمقارنة ثلاثة أنواع من البنزين وأربعة أنواع من الإضافات تم الحصول على البيانات التالية وهى تعرض الأميال المقطوعة في الجالون لكل توليفة .

المطلوب :

أ - إختبار فرض تكافؤ أنواع البنزين بمستوى معنوية ٥ ٪ .

ب - إختبار فرض تكافؤ أنواع الإضافات بمستوى معنوية ٥ ٪ .

أنواع البنزين / أنواع الإضافات	أ	ب	جـ
١	٢٧	٢٥	٢٩
٢	٣٢	٣١	٢٩
٣	٢٧	٢٨	٢٦
٤	٢٦	٢٦	٢٥

الحل :

	أ	ب	جـ	المجموع	المتوسط
١	(٧٢٩)٢٧	(٦٢٥)٢٥	(٨٤١)٢٩	٨١	٢٧
٢	(١٠٢٤)٣٢	(٩٦١)٣١	(٨٤١)٢٩	٩٢	٣٠,٦٧
٣	(٧٢٩)٢٧	(٧٨٤)٢٨	(٦٧٦)٢٦	٨١	٢٧
٤	(٦٧٦)٢٦	(٦٧٦)٢٦	(٦٢٥)٢٥	٧٧	٢٥,٦٧
المجموع	١١٢	١١	١١٢	٣٣١	
المتوسط	٢٨	٢٧,٥	٢٨		٢٧,٥٨

الأرقام بين الأقواس هى مربعات الأميال ومجموعها ٩١٨٧ .

جدول تحليل التباين

المصدر	د . ح	مجموع المربعات	متوسط المربعات	ف
البنزين	٢	١,١٧	,٥٨٥	٠,٢٥
الإضافات	٣	٤١,٥٩	١٣,٨٦	٥,٨٧
الخطأ	٦	١٤,١٦	٢,٣٦	
	١١	٥٦,٩٢		-

$ف_{٢،٦}(٠,٩٥) = ٥,١٤$

وحيث أن قيمة الإحصاء $ف_{١}$ = ٠,٢٥ أصغر منها لذا لا نستطيع رفض فرض تكافؤ أنواع البنزين الثلاث .

$ف_{٣،٦}(٠,٩٥) = ٤,٧٦$

وحيث أن قيمة الإحصاء $ف_{٢}$ = ٥,٨٧ أكبر منها لذا نرفض فرض تكافؤ أنواع الإضافات الأربع .

إختبار فريدمان Friedman Test

قدمه العالم فريدمان Friedman عام ١٩٣٧ وهو من الإختبارات اللامعلمية ويستخدم لمقارنة تأثير ثلاث معاملات أو أكثر لتصميم القطاعات كاملة العشوائية ، وذلك في حالة عدم توفر الشروط اللازمة لإستخدام إجراءات تحليل التباين .

الإفتراضات :

١ - مستوى قياس المتغير التابع ترتيبي على الأقل .

٢ - المشاهدات داخل كل قطاع عشوائية ومستقلة .

الفروض :

وهذه تتوقف على الإفتراضات حول البيانات ، فقد تكون :

أ - تساوي المتوسطات الحسابية : في حالة البيانات الفترية وتماثل التوزيعات .

ب - تساوي الوسيط في كل المجتمعات : في حالة البيانات الترتيبية وتماثل التوزيعات .

جـ - تساوي متوسط الرتب في كل المجتمعات : في حالة عدم وجود إفتراضات حول التوزيعات .

ويوجد فرضان يمكن إختبارهما الأول عن تأثير المعاملات والثاني لتأثير القطاعات .

إحصاء الإختبار

يتم تنظيم البيانات في مصفوفة من ق من الصفوف (قطاعات) ، م من الأعمدة (معاملات) كما سبق في تصميم القطاعات كاملة العشوائية ، يتم إعطاء القيم في كل صف (قطاع) رتب - ثم تجمع الرتب في كل عمود (معاملة) فإذا كان فرض العدم صحيحاً يتساوى تقريباً مجموع الرتب في المعاملات :

$ر_{.١}$ ، $ر_{.٢}$ ، ... ، $ر_{.ل}$ ، ... ، $ر_{.م}$

والإحصاء المستخدم في الإختبار هو :

$$ع = مجـ ر^{٢}_{.ل} - \frac{(مجـ ر_{.ل})^{٢}}{م} \qquad (٣-٦٧)$$

وهذا الإحصاء له توزيع معاينة خاص (جدول ١٣ من الجداول(*) الإحصائية الملحقة) .

وإذا زادت قيمة م عن ٧ يستخدم الإحصاء .

$$ص = \frac{١٢ ع}{ق م (م + ١)} \qquad (٣-٦٨)$$

$$= \frac{١٢ مجـ ر^{٢}_{.ل}}{ق م (م + ١)} - ٣ق (م + ١) \qquad (٣-٦٩)$$

وهو يتبع تقريباً توزيع $كا^{٢}$ بدرجات حرية م − ١

(*) لاحظ الخلاف في رموز المعالجات والقطاعات م ، ق حيث تعرض بالجدول ن ، م على الترتيب .

المقارنات المتعددة :

في حالة رفض العدم ، يعتبر المجتمعان ١ ، ٢ مختلفان بمستوى معنوية مـ في حالة :

$$\left| \text{ر}_{١.} - \text{ر}_{٢.} \right| > \text{أ ق م} \qquad (٣-٧٠)$$

$$\text{أ ف م} = \text{ت}^{(١-\text{مـ}/٢)}_{(\text{ق}-١)(\text{م}-١)} \sqrt{\frac{٢\text{ق}\,(\text{أ}-\text{ب})}{(\text{ق}-١)\,(\text{م}-١)}} \qquad (٣-٧١)$$

$$\text{حيث أ} = \text{مجـ ر}^{٢}_{\text{ل ك}} \qquad (٣-٧٢)$$

وفي حالة عدم وجود قيود فإن :

$$\text{أ} = \frac{١}{٦}\,\text{ق م}\,(\text{م}+١)\,(٢\text{م}+١) \qquad (٣-٧٣)$$

$$\text{ب} = \frac{١}{\text{ق}}\,\text{مجـ ر}^{٢}_{\text{ل.}} \qquad (٣-٧٤)$$

ملاحظات :

في حالة(*) أ = ب تعتبر هذه النقطة تنتمي إلى منطقة الرفض ونعدل مستوى المعنوية إلى $\text{مـ} = (١/\text{م!})^{\text{ق}-١}$.

(*) Conover,W. J., PP 300 .

تطبيق (٣ - ٤٥)

في إجتماع لسبعة من المديرين ، قاموا بإعطاء رتب لعشرة من صفات القيادة من ١ (الأقل أهمية في القائد) إلى ١٠ (الأكثر أهمية في القائد) وتم إعداد البيانات في الجدول التالي :

كيف يمكن تحليل هذه البيانات لبيان ما إذا كان هناك ميل لدى المديرين للإتفاق حول صفات القيادة الأكثر أهمية ، أو بمعنى آخر ما إذا كان هناك بعض من صفات القيادة لها أهمية أكبر من الصفات الأخرى وذلك بمستوى معنوية ٥ ٪ .

صفات القيادة / المدير	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
١	١	٣	٢	٩	١٠	٥	٦	٨	٤	٧
٢	٢	١	٧	١٠	٩	٨	٣	٥	٤	٦
٣	٧	١	٩	٦	١٠	٤	٥	٢	٣	٨
٤	٧	٢	٥	٤	٩	٦	١٠	٣	١	٨
٥	٤	٥	٨	٦	١٠	٣	٧	٢	١	٩
٦	٢	١	٧	٦	٩	٤	١٠	٥	٣	٨
٧	٣	٧	٨	٦	٩	٢	٥	٤	١	١٠

الحل :

الصفة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	المجموع
مجموع الرتب ر ل.	٢٦	٢٠	٤٦	٤٧	٦٦	٣٢	٤٦	٢٩	١٧	٥٦	٣٨٥
$ر^{٢}$ ل.	٦٧٦	٤٠٠	٢١١٦	٢٢٠٩	٣٥٦٠	١٠٢٤	٢١١٦	٨٤١١	٢٨٩	٣١٣٦	١٧١٦١

$$ع = مجـ ر^٢ ل. - \frac{(مجـ ر ل.)^٢}{م}$$

$$= ١٧١٦٣ - (٣٨٥)^٢ / ١٠ = ٢٣٤٠,٥$$

وحيث أن عدد المعالجات م = ١٠ فإننا لا نستطيع استخدام جدول ١٣ - توزيع فريدمان - ويمكن إستخدام توزيع كا^٢ بدرجات حرية م - ١ = وذلك للإحصاء .

$$ص = \frac{١٢ ع}{ق م (م + ١)}$$

$$= \frac{١٢ (٢٣٤٠,٥)}{٧ (١٠) (١١)} = ٣٦,٤٧$$

ومن جدول توزيع كا٢

$$كا^٢_٩ (٠,٩٥) = ١٦,٩١٩$$

وبالتالي نرفض فرض العدم والذي قتضي بأن صفات القيادة المذكورة كلها على نفس الدرجة من الأهمية من وجهة نظر المديرين .

المقارنات المتعددة :

$$أ = \frac{١}{٦} ق م (م + ١) (٢م + ١)$$

$$= \frac{١}{٦} (٧) (١٠) (١١) (٢١) = ٢٦٩٥$$

$$ب = \frac{١}{ق} مجـ ر^{٢}ل.$$

$$= \frac{١}{٧} [٦٧٦ + ٤٠٠ + ... + ٣١٣٦] = ١٣١٦٣ / ٧$$
$$= ٢٤٥١,٨٦$$

$$أ ف م = ت_{٥٤}(٠,٩٧٥) \sqrt{\frac{(٧)٢ (٢٦٩٥ - ٢٤٥١,٨٦)}{(٦) (٩)}}$$

$$= ٢,٠٠٥ \times ٧,٩٤ = ١٥,٩٢$$

ويتم ترتيب مجموع الرتب بكل صفة (رل.) ترتيباً تصاعدياً .

الصفة	٩	٢	١	٨	٦	٣	٧	٤	١٠	٥
	١٧	٢٠	٢٦	٢٩	٣٢	٤٦	٤٦	٤٧	٥٦	٦٦

وقد وضعت خطوط تحت الصفات المتقاربة والتي لا تختلف عن بعضها معنوياً وهى التي تكون الفروق بينها أقل من أ ف م .

تطبيق (٣ - ٤٦)

في إحدى المؤسسات التعليمية يتلقى الطلاب المقرر من أربعة من المدرسين . ولتقييم المدرسين تم إختيار خمسة طلاب عشوائياً وطلب منهم وضع تقديرات للأربعة مدرسين وتم الحصول على البيانات الموضحة في الجدول التالي :

والمطلوب :

أ - اختبار فرض تساوي المدرسين في الكفاءة التدريبية بمستوى معنوية ٥ ٪ .

ب - مقارنة الكفاءة التدريبية بين المدرسين .

المدرسين / الطلبة	أ	ب	جـ	د
١	جـجـ	ل	م	جـ
٢	م	ل	جـجـ	جـ
٣	جـجـ	جـ	م	ل
٤	جـ	ل	جـجـ	م
٥	م	ل	جـجـ	جـ

(ل) مقبول ، (جـ) جيد ، (جـجـ) جيد جداً ، (م) ممتاز

الحل :

المدرسين / الطلبة	أ	ب	جـ	د	
١	٤	١	٣	٢	
٢	٤	١	٣	٢	
٣	٣	٢	٤	١	
٤	٢	١	٣	٤	
٥	٤	١	٣	٢	
رل.	١٧	٦	١٦	١١	٥٠
$ر^{٢}$ل.	٢٨٩	٣٦	٢٥٦	١٢١	٧٠٢

ع = مجـ $ر^{٢}$ل. - (مجـ رل. $)^{٢}$/م

= ٧٠٢ - $٥٠^{٢}$/٤ = ٧٧

وبالرجوع لجدول(*) ١٣ وعند م = ٤ ، ق = ٥ يتضح أن ح (ع ≤ ٧٧) = ٠١٧,.

ولذا نرفض فرض تساوى الكفاءة بين المدرسين .

(*) م ، ق يناظرها بالجدول ١٣ ن ، م على الترتيب .

المقارنات المتعددة :

إستخدام الصيغة (٣ - ٧١) نحسب أ ف م

$$أ = \frac{١}{٦} ق م (م + ١) (٢م + ١)$$

$$= \frac{١}{٦} ٥ (٤) (٥) (٩) = ١٥٠$$

$$ب = \frac{١}{ق} مجـ ر^{٢}_{ل.} = \frac{١}{٥} (٧٠٢) = ١٤٠,٤$$

$$أ ف م = ت_{٢١}(٠,٩٧٥) \sqrt{\frac{٢ (٥) (١٥٠ - ١٤٠,٤)}{(٣) (٤)}}$$

$$= ٢,١٧٩ \times ٢,٨٢٨ = ٦,١٦٣$$

ترتيب المدرسين تصاعدياً حسب مجموع الرتب .

ب	د	جـ	أ
٦	١١	١٦	١٧

تم وضع الخطوط تحت المجموعات المتكافئة والتي لا تختلف عن بعضها معنوياً .

الباب الرابع

النسب والمعدلات

هذا الباب يعرض مجموعة هامة من أساليب الإستقراء حول النسب والمعدلات . وقد تم تقسيم هذه الأساليب في ثلاث فصول ، يعرض الأول منها أساليب الإستقراء حول نسبة واحدة ويعرض الفصل الثاني أساليب الإستقراء لمقارنة نسبتان : في حالة البيانات المستقلة وكذا في حالة البيانات المرتبطة . كما يعرض الفصل الثالث أساليب الإستقراء حول مقارنة عدة متوسطات .

وكما سبق إتباعه في الفصول السابقة ، نعرض أولاً الأساليب الأصلية ، وننتقل إلى الأساليب الأخرى التي يمكن إستخدامها حال عدم توفر الشروط أو بإعتبارها تقريب جيد في حالات معينة .

٤ - ١ النسبة

هذا الفصل يعرض أساليب الإستقراء المتعلقة بنسبة وحيدة . وكل من هذه الأساليب يعتمد على توزيع إحتمالي معين - ولذا يطلق غالباً اسم التوزيع على الإختبار : وهى :

١ - الإختبار الهيبرجيو متري .

٢ - إختبار ذي الحدي .

٣ - الإختبار الطبيعي .

وكل من هذه الأساليب ، موجه لحالات معينة كما يمكن أحياناً - تحت توافر شروط معينة إستخدام واحد كبديل تقريبي لآخر .

هذا مع ملاحظة أن التوزيعات الإحتمالية ، تم عرضها تفصيلاً بالجزء الأول ، أسس الإستقراء ، الفصل (٢-٤) .

٤-١-١ الإختبار الهيبرچيومتري Hypergeometric

يستخدم في حالة سحب عينة عشوائية بسيطة حجمها (ن) من مجتمع حجمه (ن) بدون إرجاع الوحدات المسحوبة ، أو حاله سحب العينة دفعة واحدة من المجتمع وهذا المجتمع يحوي عدد قدره أ من الوحدات ذات خاصة معينة محل الإهتمام - والتطبيق أدناه يعد نموذجاً لإستخدام هذا الإختبار .

فرض العدم : ف. : أ = أ.

إختبار الإحصاء :

س وهو عدد الوحدات بالعينة والتي تتمتع بالخاصية محال الإهتمام .

توزيع المعاينة : الإحصاء س يتبع التوزيع الهيبرچيومتري بالمعالم ن ، ن ، أ. .

قاعدة القرار :

نرفض إذا كانت س ≤ س. حيث س. هى أصغر قيم س التي تحقق :

ح (س ≤ س) ≥ هـ

= ١ - ح (س ≥ س - ١) ≥ هـ

(*) لمزيد من التفاصيل - راجع القسم (٢-٤-١) بالجزء الأول : أسس الإستقراء .

$$= ١ - ح_{ن ، ن ، أ.} (س - ١) \geq م \quad (٤-١)$$

$$= ح_{ن ، ن ، أ.} (س - ١) \leq ١ - م \quad (٤-٢)$$

ويمكن إستخدام أي من الصيغتين السابقتين .

تطبيق (٤-١)

مؤسسة بصدد شراء ١٠ وحدات من قطع الغيار وتقرر قبول الصفقة إذا كانت نسبة المعيب ٢٠ ٪ . ثم سحب عينة عشوائية بسيطة حجمها ٤ وجد بها قطعة واحدة معيبة ، والمطلوب تقرير ما إذا كانت الصفقة ترفض أو تقبل بمستوى معنوية ٢٠ ٪ .

الحل :

ن = ١٠ ، ن = ٢

نسبة المعيب ٢٠ ٪ تعني أن أ = ٢ (٠,٢ × ن)

فرض العدم : نسبة المعيب ٢٠ ٪ تكافئ أن عدد الوحدات المعيبة في المجتمع أ = ٢ أي أن :

$ف_{.}$: أ = ٢

$ف_{١}$: أ < ٢

من جدول التوزيع الهيبرچيو متري (جدول - ٦) نجد أن القيمة الحرجة هى س = ٢ والتي تحقق الصيغة (٤ - ٢) أي هى أصغر قيمة س تحقق :

$$ح_{١٠،٤،٢} (س - ١) \leq ٠,٨٠$$

وتصبح المنطقة الحرجة (منطقة الرفض) هى : س ≤ ٢ .

مستوى المعنوية الفعلي :

ح (س ≤ ٢) = ١ - ح (س ≥ أ)

= ١ - $ح_{٢،٤،١.٠}$(١) = ١ - ٠,٨٦٧ = ٠,١٣٣

٤ - ١ - ٢ إختبار ذي الحدين

الإفتراضات :

١ - كل محاولة تشمل نتيجتين فقط (نجاح ، فشل) .

٢ - المحاولات مستقلة عن بعضها .

٣ - إحتمال النجاح (الخاصية محل الإهتمام) في كل محاولة ثابت .

الفروض :

قد تكون واحد مما يلي :

أ - $ف_{٠}$: ق = $ق_{٠}$ $ف_{١}$: ق ≠ $ق_{٠}$

ب - $ف_{٠}$: ق ≥ $ق_{٠}$ $ف_{١}$: ق < $ق_{٠}$

جـ - $ف_{٠}$: ق ≤ $ق_{٠}$ $ف_{١}$: ق > $ق_{٠}$

إحصاء الإختبار

س وهو عدد حالات النجاح .

توزيع المعاينة :

س يتبع توزيع ذي الحدين ، معالمه ن ، $ق_{٠}$.

قاعدة القرار :

تعتمد على الفرض المطلوب إختباره ، مع ملاحظة أن الإحصاء عدد صحيح وقد لا يسمح بتحقيق مستوى المعنوية المحدد تماماً .

وفيما يلي مناطق الرفض حسب الفرض المطلوب إختباره :

أ - الإختبار من جانبين : تكون :

منطقة الرفض :

س $\leq$ س$_{١}$ أو س > س$_{٢}$ (٤-٣)

حيث : ح (س $\leq$ س$_{١}$) = ﻫ/٢ (٤-٤)

وبالرموز المستخدمة في توزيع ذى الحدين :

ح ن ، ق. (س$_{١}$) $\leq$ ﻫ/٢ (٤-٥)

ح (س > س$_{٢}$) $\leq$ ﻫ/٢ (٤-٦)

أو ح (س $\leq$ س$_{٢}$) $\leq$ ١ - ﻫ/٢ (٤-٧)

وبالرموز المستخدمة في التوزيع :

ح ن ، ق. (س$_{٢}$) $\leq$ ١ - ﻫ/٢ (٤-٨)

ب - الإختبار من جانب واحد (الأيمن)

قيم س الكبيرة توضح أن فرض العدم غير صحيح ، وبذلك تتكون منطقة الرفض من قيم س الأكبر من س* أي :

منطقة الرفض :

$$س > س^* \qquad (٤-٩)$$

حيث : $ح (س > س^*) \leq م \qquad (٤-١٠)$

أو $ح (س \geq س^*) \leq ١ - م \qquad (٤-١١)$

وبالرموز المستخدمة في التوزيع :

$$ح_{ن ، ق_٠} (س^*) = ١ - م \qquad (٤-١٢)$$

جـ - الإختبار من جانب واحد (الأيسر)

منطقة الرفض :

$$س \leq س^* \qquad (٤-١٣)$$

حيث : $ح (س \leq س^*) \leq م \qquad (٤-١٤)$

وبالرموز المستخدمة في التوزيع :

$$ح_{ن ، ق_٠} (س^*) \leq م \qquad (٤-١٥)$$

تطبيق (٤-٢) :

تقضي إحدى نظريات الوراثة بأن ٢٠ ٪ من نوع معين من الكائنات يكون له صفة معينة . تم سحب عينة عشوائية حجمها ٢٠ من هذا المجتمع وجد بينها ٧ يتمتعون بالصفة . والمطلوب إختبار صحة النظرية بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

الحل :

$ف_٠ : ق = ٠,٢٠ \qquad ف_١ : ق \neq ٠,٢٠$

منطقة الرفض :

س ≤ س١ أو س > س٢

١ - بإستخدام الصيغة (٤-٥) وجدول ٨ .

ح٢٠ ، ٠,٢ (٠) = ٠,٠١١٥

٢ - بإستخدام الصيغة (٤-٧)

ح٢٠ ، ٠,٢ (٨) = ٠,٩٩

أي نرفض النظرية إذا كانت قيمة الإحصاء المشاهد س ≤ ٠ أو أكبر من ٨ . وحيث أن الإحصاء المشاهد ٧ لا يقع في منطقة الرفض - لذا لا يوجد أي دليل على رفض النظرية .

تطبيق (٤-٣)

تقوم إحدى مؤسسات التسويق الكبرى بدراسة عن مدى إمكان العمل في يوم الأجازة الأسبوعية ، وكان من نتيجة الدراسة أن بالإمكان العمل يوم الأجازة إذا ما أيد ٣٠ ٪ من العملاء الحاليين على الأقل شراءهم بالنمط المعتاد في ذلك اليوم . تم سحب عينة عشوائية من ٢٠ أسرة ، أفادت ٥ أسر منها مداومة الشراء بالنمط المعتاد في يوم الأجازة ، فهل ترى أن تداوم المؤسسة على العمل يوم الأجازة ؟

ملحوظة : المطلوب إجراء الإختبار بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

الحل :

$ف_{.}$: ق $\geq$ ٠,٣٠

$ف_{١}$: ق < ٠,٣٠

ن = ٢٠ ، س = ٥

بالرجوع إلى جدول توزيع ذي الحدي المتبع (جدول ٨) وإستخدام الصيغة (٤ - ١١) .

$ح_{٢٠،٣,٠}$ (٩) = ٠,٩٥٢

أي أن : ح (س $\leq$ ٩) = ٠,٩٥٢

أي أن : ح (س > ٩) = ١ - ٠,٩٥٢ = ٠,٠٤٨

منطقة الرفض : س > ٩ (٤ - ٩)

وحيث أن القيمة المشاهدة هى ٥ إذن لا نستطيع رفض فرض العدم ، بمعنى أن النسبة ٣ , ٠ أو أقل - وبذلك نرفض العمل يوم الأجازة .

٤-١-٣ الإختبار الطبيعي

يمكن إستخدام التوزيع الطبيعي كتقريب لتوزيع ذي الحدين إذا كانت كلا من ن ق ، ن ك أكبر من ٥ .

$$ص = \frac{س / ن - ق}{\sqrt{ق ك / ن}} \qquad (٤-١٦)$$

$$= \frac{س - ن ق}{\sqrt{ن ق ك}} \qquad (٤-١٧)$$

يتبع التوزيع الطبيعي المعياري .

ونظراً لأن توزيع ذي الحدين غير مستمر فإنه يلزم إذا كانت ن صغيرة نسبياً مراعاة تصحيح الإستمرارية Correction for Continuity وقد سبق إيضاح ذلك بالجزء الأول ، بالقسم (٢-٤-٤) .

٤-١-٣-١ تقدير النسبة

حدي الثقة = ق ± ل σق (٤-١٨)

حيث ل معامل الثبات

$$\sigma^{٢}_{ق} = \frac{ق ك}{ن} \left(\frac{ن - ن}{ن - ١} \right) \quad (٤-١٩)$$

وإذا كانت ن صغيرة بالنسبة إلى ن (ن/ ن ≥ ٠,١) يمكن حذف معامل التصحيح ($\frac{ن - ن}{ن - ١}$) وتصبح الصيغة .

$$\sigma^{٢}_{ق} = \frac{ق ك}{ن} \quad (٤-٢٠)$$

وغالباً تكون النسبة في المجتمع مجهولة ، ونقدرها من بيانات العينة ، ويمكن الحصول على تقوير غير متحيز لتباين النسبة بإستخدام الصيغة :

$$ع^{٢}_{ق} = \frac{ق ك}{ن - ١} \quad (٤-٢١)$$

وإذا كان حجم العينة كبيراً ، تعرض الصيغة أحياناً بالصورة :

$$ع^{٢}_{ق} = \frac{ق ك}{ن} \quad (٤-٢٢)$$

وتكون صيغة حدي الثقة كما يلي :

حدي الثقة = ق ± ل عق (٤-٢٣)

تطبيق (٤-٤) :

مدير أحد المخازن يرغب في تقدير نسبة الأوعية الخالية في مخازنه بدرجة ثقة ٩٥ ٪ تم سحب عينة عشوائية بسيطة حجمها ١٠٠ وعاد - وجد منها ٢٣ وعاءاً خالياً .

الحل :

ق = ٢٣ / ١٠٠ = ٠,٢٣

يمكن إستخدام التوزيع الطبيعي حيث أن كلا من ن ق ، ن ك أكبر من ٥ .

$ع_ق = \sqrt{ق ك / (ن - ١)} = \sqrt{(٠,٢٣)(٠,٧٧)/٩٩} = ٠,٠٤٢$

حدي الثقة = $ق \pm ل\, ع_ق$

= ٠,٢٣ ± ١,٩٦ (٠,٠٤٢)

= ٠,٢٣ ± ٠,٠٨٢

= (٠,٣١ ، ٠,١٥)

تطبيق (٤-٥) :

ترغب إحدى الشركات قبل تسعير وتسويق منتج جديد في معرفة رأي عملائها الحاليين ومدى تقبلهم لشراء هذا المنتج بالسعر المقترح ، تم عمل مسح بمعاينة عشوائية بسيطة بدراسة ٥٠٠ عميل ، أبدى ٧٥ منهم رغبتهم في شراء المنتج الجديد والمطلوب تقدير نسبة الموافقين من العملاء بدرجة ثقة ٩٠ ٪ .

الحل :

ق = ٧٥ / ٥٠٠ = ٠,١٥٠

$ع_ق$ = $\sqrt{(٠,١٥)(٠,٨٥) / ٤٩٩}$ = ٠,٠١٦

حدى الثقة في المجتمع = ٠,١٥ ± ١,٦٥ (٠,٠١٦) =

= ٠,١٥ ± ٠,٠٢٦

= (٠,١٢٤ ، ٠,١٧٦)

تطبيق (٤-٦) :

ألقيت قطعة من العملة ١٠٠ مرة ، ظهر منها ٤٣ صورة . بمستوى معنوية ٥ ٪ ، هل هذا يوضح أن قطعة العملة (أو طريقة الإلقاء) متحيزة : إستخدم :

أ - إختبار ذي الحدين .

ب - الإختبار الطبيعي .

الحل (أ) : إختبار ذي الحدين :

١ - $ف_٠$: ق = ٠,٥ $ف_١$: ق ≠ ٠,٥

٢ - مستوى المعنوية الإسمي . ٠,٠٥ [وعلى أي حال فإن منطقة الرفض كما في خطوة ٤ توضح أن مستوى المعنوية الحقيقي أصغر من ذلك] .

٣ - الإحصاء الذي نستخدمه هو س ، عدد الصور التي تظهر في ١٠٠ رمية .

س يتبع توزيع ذي الحدين بالمعالم ن = ١٠٠ ، ق = ٠,٥

٤ - من جداول توزيع ذي الحدين حيث ن = ١٠٠ ، ق = ٠,٥

ح (س ≤ ٣٩) = ٠,٠١٧٦٠ (≤ هـ/٢ = ٠,٠٢٥)

وبالمثل نجد أن ح ٠,٥ ، ١٠٠ (٦٠) = ٠,٩٨٢٤

أي أن ح (س ≤ ٦٠) = ٠,٩٨٢٤

ح (س > ٦٠) = ٠,٠١٧٦ (≤ هـ/٢)

إذن المنطقة الحرجة هى س ≤ ٣٩ س ≥ ٦١

والقيمة الفعلية لمستوى المعنوية هى :

ح = ح (س ≤ ٣٩) + ح (س ≥ ٦١) =

= ٠,٠١٧٦٠ + ٠,٠١٧٦٠ = ٠,٠٣٥٢

٥ - قيمة س المشاهدة هى س = ٤٣

٦ - حيث أن س = ٤٣ لا تقع في منطقة الرفض ، فإننا لا نرفض ف.
وتبعاً لذلك نعتبر العملة غير متحيزة .

ب - إستخدام التوزيع الطبيعي :

يمكن إستخدام التوزيع الطبيعي بإعتبار أن شروط ذلك محققه حيث أن كلا من ن ق ، ن ك كلاهما أكبر من ٥ .

س يتبع التوزيع الطبيعي (ن ق ، ن ق ك) أي ط (٥٠ ، ٢٥)

منطقة الرفض : س ≤ - ١,٩٦ ، س ≥ ١,٩٦

$$ص = \frac{٤٣ - ٥٠}{\sqrt{١٠٠ (٠,٥) (٠,٥)}} = - ١,٤$$

وحيث أنها لا تقع في منطقة الرفض لا تستطيع رفض فرض العدم والذي يقضي بأن القطعة غير متحيزة .

٤-١-٣-٢ تحديد حجم العينة :

نعرض فيما يلي صيغة لتحديد حجم العينة لإمكان تقدير النسبة في المجتمع بدرجة ثقة معينة (ث) وبحيث لا يزيد مقدار الخطأ عن مقدار معين (خ) - وسنفترض أن حجم العينة كبير لإمكان إستخدام التوزيع الطبيعي .

من الصيغة (٤ - ١٨)

$$خ = ل \, \sigma_{ق} \qquad (٤-٢٤)$$

ويمكن إستنتاج صيغة حجم العينة حسب الحالتين :

أ - حالة تجاهل معامل التصحيح

بإفتراض أن المجتمع كبير ، أو $\frac{ن}{ن} \leq ٠,١$ فإنه يمكن تجاهل معامل التصحيح ، وتصبح الصيغة .

$$خ = ل \sqrt{\frac{ق ك}{ن}}$$

$$ن = \left(\frac{ل}{خ}\right)^{٢} ق ك \qquad (٤-٢٥)$$

وغالباً تكون النسبة ق غير معروفة ، ونلجأ إلى تقديرها - وغالباً يكون ذلك من الدراسات السابقة عن المجتمع .

وعلى أي حال فإنه في حالة عدم توفر هذا التقدير للنسبة - فإنه يمكن الحصول على تقدير متحفظ لحجم العينة بجعل ق = ٠,٥ وبذلك تصبح الصيغة .

$$\text{ن}_{.} = ٠,٢٥ \left(\frac{\text{ل}}{\text{خ}}\right)^{٢} \qquad (٤\text{-}٢٦)$$

وغالباً يستخدم الباحث درجة ثقة ٩٥ ٪ وتكون القيمة المناظرة ل = ١,٩٦ من التوزيع الطبيعي ، وبتقريبها إلى ٢ يكون تقدير حجم العينة في هذه الحالة بإستخدام الصيغة .

$$_{.} = ١ / \text{خ}^{٢} \qquad (٤\text{-}٢٧)$$

ب - حالة الإبقاء على معامل التصحيح

$$\text{خ} = \text{ل} \sqrt{\frac{\text{قك}}{\text{ن}}} \sqrt{\frac{\text{ن} - \text{ن}}{\text{ن} - ١}} \qquad (٤\text{-}٢٨)$$

ومنها نحصل على :

$$\text{ن} = \frac{\text{ن}_{.}}{١ + \frac{\text{ن}_{.} - ١}{\text{ن}}} \qquad (٤\text{-}٢٩)$$

حيث ن. تعرف كما وردت في (٤-٢٥)

تطبيق (٤-٧) :

في دراسة لإحدى الجزر عدد سكانها ٣٠٠٠ نسمة ، أحد علماء الأنثروبولوچيا رغب في تقدير نسبة من ينتمون إلى فصيلة الدم (و) بخطأ لا يتجاوز ٠,٠٥ وبدرجة ثقة ٠,٩٥ . قدر حجم العينة اللازمة .

الحل :

نستخدم النسبة ق = ٠,٥

خ = ٠,٠٥ ث = ٠,٩٥ ل = ١,٩٦

فوجد أولاً $ن_.$ بإستخدام الصيغة (٤ - ٢٥)

$$ن_. = \frac{(١,٩٦)^٢ (٠,٥)(٠,٥)}{(٠,٠٥)^٢} = ٣٨٤$$

$$\frac{ن_.}{ن} = \frac{٣٨٤}{٣٠٠٠} = ٠,١٣$$

أي أننا في حاجة إلى إدخال معامل التصحيح ، الصيغة (٤-٢٩)

$$ن = \frac{٣٨٤}{١ + \frac{٣٨٣}{٣٠٠٠}} = ٣٤٠$$

تطبيق (٤-٨) :

توضح دراسات الوقت والحركة لإحدى العمليات أن نسبة الوقت الضائع ٤٠ ٪ . يرغب المصنع في الحصول على تقدير لهذه النسبة بدرجة ثقة ٩٥ ٪ وبخطأ لا يتجاوز ٣ ٪ .

الحل :

المجتمع كبير ، نستخدم الصيغة (٤-٢٥)

$$ن = \left(\frac{١,٦٥}{٠,٠٣} \right)^٢ (٠,٤) (٠,٦) = ٧٢٦$$

تطبيق (٤-٩)

يرغب مراجع الحسابات في تقدير نسبة الخطأ في الفواتير وعددها ٢٢٣٠٠ بدرجة ثقة ٩٥ ٪ وبخطأ لا يتجاوز ٢ ٪ . كم يكون حجم عينة المراجعة إذا كانت مراجعته في الفترات السابقة توضح أن نسبة الخطأ في الفواتير ٤ ٪ .

الحل :

$$= \left(\frac{١,٩٦}{٠,٠٢} \right)^٢ (٠,٠٤) (٠,٩٦) = ٣٦٩$$

تطبيق (٤-١٠)

علاج جديد لأحد الأمراض تم تجربته على ١٤ مريضاً ، شفى منهم ١٣ . ولمزيد من التأكد وقبل تقدير تسويقه تنوي الجهات الصحية إعادة تجربته . كم يكون عدد المرضى لتقدير نسبة الشفاء بدرجة ثقة ٩٠ ٪ وبخطأ لا يتجاوز ٢ ٪ .

الحل :

يمكن إستخدام تقدير الدراسات السابقة ، تقدير نسبة الشفاء ، وهى ١٣ / ١٤ = ٠,٩٣ .

$$= \left(\frac{١,٦٥}{٠,٠٢} \right)^{٢} (٠,٩٣) (٠,٠٧) = ٤٤٣$$

٤ - ٢ مقارنة نسبتان : بيانات مستقلة

هذا الفصل يعرض مجموعة من الإختبارات الهامة والتي تستخدم لمقارنة أو إختبار الفرض حول نسبتين في حالة الإستقلال بين العينات وبين المشاهدات ، والإختبارات التي سيتم عرضها في هذا الفصل هى :

١ - إختبار فيشر الأصلى (١٩٣٤) .

٢ - الإختبار الطبيعي .

٣ - إختبار كا^{٢} (١٩٣٤) .

ويعد كلاً من الإختبارين الأخيرين ، تقريب لإختبار فيشر ، ويتم إستخدامهما نظراً لسهولة العمل الحسابي بالمقارنة بإختبار فيشر الحقيقي – وذلك بعد توافر الشروط المؤهلة لذلك ، والتي سيتم عرضها في حينه وفي حالة توافر هذه الشروط تعطي هذه الإختبارات تقريباً جيداً لإختبار فيشر الحقيقي . وبمقارنة الإختبار الطبيعي بإختبار كا^2 نجد أن الإختبار الطبيعي يسمح أيضاً بإختبار الفروض الموجهة كما يسمح أيضاً بتقدير الفرق بين نسبتين وذلك بتكوين فترات ثقة .

ومن الناحية الأخرى يعد إختبار كا^2 أسهل من الناحية الحسابية كما أنه يمكن تحديده ليسمح بمقارنة أكثر من نسبتين .

٤-٢-١ إختبار فيشر الأصلى

قدمه فيشر Fisher عام ١٩٣٤ ، كما قدمه أيضاً بصورة مستقلة إروِن Irwin عام ١٩٣٥ .

ويستخدم الإختبار لمقارنة النسبة في مجتمعين ، وعلى سبيل المثال مقارنة مجتمعان من الأفراد بخصوص نسبة تواجد خاصية معينة مثلاً الذكور والإناث لا يختلفان في خاصية معينة أو رأي معين وكذا لمقارنة مجموعة تجريبية وأخرى ضابطة ، أو لمقارنة الأباء والأمهات ، العاملين والعاطلين ، الحزب الديمقراطي والحزب الجمهوري ، .... إلخ ، أي أن المتغير محل البحث ثنائي القيم Dichotomous .

ويمثل إختبار فيشر الطريقة الوحيدة الآمنة عندما يكون عدد المشاهدات الكلي صغيراً (أقل من ٥٠) وهو يعتبر الإختبار الأكثر قوة لإختبار فرض تساوي نسبتين .

ويتميز إختبار فيشر بأنه يستخدم لإختبار الفرض الموجه أو غير الموجه (طرف أوطرفين)، بينما إختبار كا^{2} يستخدم فقط في حالة الإختبار غير الموجه.

٤-٢-١-١ إجراءات الإختبار

تعرض البيانات في صورة مصفوفة أو جدول تكراري مزذوج ٢ × ٢ كما يلي ، لاحظ أن النسبة في المجموعة الأولى مثلاً هى ق١ = ك١١ / ك١٠ .

	المجموعة ١	المجموعة ٢	
الصفة ١	ك١١	ك٢١	ك.١
الصفة ٢	ك١٢	ك٢٢	ك.٢
	ك١.	ك٢.	ك.. = ن

وتختلف الإجراءات تبعاً لحالة الإختبار موجه ، أو غير موجه .

أ - الإختبار الموجه :

الفروض :

١- ف. : ق١ ≥ ق٢ ضد ف١ : ق١ > ق٢

أو ٢ - ف. : ق١ ≤ ق٢ ضد ف١ : ق١ < ق٢

أ - في البداية ، يجب ملاحظة البيانات المشاهدة ، وهل هى متسقة أي في نفس الإتجاه مع فرض الباحث (الفرض البديل) ، فإذا لم يكن هناك إتساق ، نتوقف بإعتبار أن البيانات المشاهدة لا تؤيد فرضه المطلوب إختباره ، ويكون القرار أنه ربما يكون فرض العدم هو الصحيح .

تطبيق (٤-١١) :

بفرض أن الباحث بصدد مقارنة نسبة النجاح في مجتمعين وأن مجموعة الفروض كما في (١) أعلاه ، وأن بيانات العينة كانت كما يلي :

	مجتمع ١	مجتمع ٢	
ناجح	٣	٤	٧
راسب	٧	١	٨
	١٠	٥	١٥

هذه البيانات ليست في إتجاه فرض الباحث حيث يهدف إلى تقرير أن نسبة النجاح في المجتمع (١) أكبر منها في المجتمع (٢) : $ق_{١} > ق_{٢}$ غير أن البيانات تشير إلى أن نسبة النجاح في المجتمع (١) ص $\frac{٣}{١٠}$ أما في المجتمع (٢) هى $\frac{٨}{١٠}$ ولذا نتوقف حيث أن البيانات المشاهدة لا تؤيد فرض الباحث بل تؤيد فرض العدم .

ب - إذا كانت البيانات المشاهدة متسقة مع فرض الباحث ، أي في نفس الإتجاه المقدر ، كأن يكون فرض الباحث أن نسبة النجاح في المجتمع (١) أصغر منها في المجتمع (٢) أي مجموعة الفروض رقم (٢) أعلاه .

في هذه الحالة يكون على الباحث حساب مستوى المعنوية الحقيقي فإذا كان أقل من مستوى المعنوية الإسمي ، نرفض فرض العدم ، وخلاف ذلك نقبله .

إن مستوى المعنوية الحقيقي هو إحتمال الحصول على هذا الجدول المشاهد أو الجداول الأخرى الأكثر تطرفاً في نفس إتجاه فرض الباحث وتكون الخطوات كما يلي :

١ - إحتمال الحصول على الجدول المشاهد :

الإحصاء المستخدم هو عدد الحالات التي لها الصفة محل الإهتمام (مثلاً ك_{11}) ولذا نستخدم التوزيع الهيبرچيومتري . وبإستخدام الرموز المعروضة بالجدول أعلاه يكون الإحتمال كما يلي :

$$\text{ح} = \frac{\text{ك}_{1.}!\ \text{ك}_{2.}!\ \text{ك}_{.1}!\ \text{ك}_{.2}!}{\text{ن}!\ \text{ك}_{11}!\ \text{ك}_{21}!\ \text{ك}_{12}!\ \text{ك}_{22}!} \qquad (\text{٤-٣٠})$$

وفي حالة المثال أعلاه يكون الإحتمال كما يلي :

$$\text{ح} = \frac{10!\ 5!\ 7!\ 8!}{15!\ 3!\ 4!\ 7!\ 1!} = 0.093$$

٢ - إحتمال الحصول على الحالات الأكثر تطرفاً .

ويمكن إتباع الخطوات التالية :

(i) تحديد الحالات أو الجداول الأكثر تطرفاً في الإتجاه المقدر وذلك في إطار التكرارات الهامشية .

وأسهل طريقة لتحديد هذه الجداول هى ملاحظة الخلية التي تحوي أقل تكرار ثم ننقص منها واحد على التوالي . فالجدول بالمثال الموضح يشير إلى أن أقل تكرار هو ١ ، بطرح ١ يصبح صفر (ولا يوجد بالطبع جداول أخرى لأن التكرار لا يكون سالباً) ويبدو الجدول الأكثر تطرفاً كما يلي (نسبة النجاح في المجتمعان أصبحت ٢ / ١٠ ، ٥ / ٥ على التوالي) .

	مجتمع ١	مجتمع ٢	
ناجح	٢	٥	٧
راسب	٨	٠	٨
	١٠	٥	١٥

(ii) نحسب إحتمال الحصول على كل جدول على حده بإستخدام الصيغة (٤-٣٠) وفي المثال يوجد الجدول أعلاه وإحتماله :

$$ح = \frac{١٠!\ ٥!\ ٧!\ ٨!}{١٥!\ ٢!\ ٥!\ ٨!\ ٠!} = ٠,٠٠٧$$

(iii) نحسب إحتمال الحصول على الحالات المتطرفة ، وذلك بجمع الإحتمالات التي نحصل عليها في (ii) .

٣ - مستوى المعنوية الحقيقي

= إحتمال الحصول على الجدول المشاهد + إحتمال الحصول على الجداول الأكثر تطرفاً

= ٠,٠٩٣ + ٠,٠٠٧ = ٠,١٠٠

٤ - نقارن مستوى المعنوية الحقيقي ، بمستوى المعنوية الإسمي ، فمثلاً إذا كان مستوى المعنوية الإسمي ٥ ٪ فإننا لا نستطيع رفض فرض العدم .

ب - الإختبار غير الموجه

الفروض : $ف_٠ : ق_١ = ق_٢$ ضد $ف_١ : ق_١ \neq ق_٢$

بنفس الأسلوب السابق يتم حساب إحتمالات الجدول المشاهد وإحتمالات الجداول المتطرفة في نفس الإتجاه ، وكذلك إحتمالات الجداول المتطرفة في الإتجاه الآخر ، وهذا الإجراء الأخير يضيف صعوبات أخرى تكمن في تحديد الجداول المتطرفة فى الإتجاه الآخر .

وعلى أي حال يوجد أسلوب آخر تقريبي قد يتبع لملافاة تلك الصعوبات المضافة وهو أن نقوم بحساب الإحتمالات كالمتبع مع الإختبار الموجه . أي نوجد إحتمال الجدول المشاهد والجداول (المتطرفة في نفس الإتجاه . ثم نقارن هذا الإحتمال مع نصف مستوى المعنوية الإسمي (م/٢) ونرفض فرض العدم إذا كان الإحتمال أقل من هذا المقدار .

٤-٢-١-٢ الجداول

توجد جداول معدة لتسهيل الحصول على الإحتمالات السابق ذكرها - جدول -٧- وندخل الجدول عن طريق القيم (ن ، ي١ ، ي٢ ، س) .

ي١		س
	.	
ن		ي٢

حيث

ن حجم العينة الكلي

ي١ أقل تكرار هامشي

ي٢ التكرار الهامشي الأقل مباشرة من ي١

س تكرار الخلية المناظرة للتكرارين ي١ ، ي٢

ويعطي الجدول ثلاثة إحتمالات تحت المسميات (مشاهد ، أخرى ، مجموع) وفيما يلي إيضاح لمعنى كل إحتمال منها :

١ - **مشاهد** : تعني إحتمال الحصول علي (الجدول المشاهد أو الجداول الأكثر تطرفاً في الإتجاه المشاهد) .

٢ - **أخرى** : تعني إحتمال الحصول على الحالات الأخرى الأكثر تطرفاً في الإتجاه المعاكس .

٣ - **مجموع** : وتعني مجموع الإحتمالين السابقين .

تطبيق (٤-١٢)

فيما يلي بيانات الجدول المشاهد ، كما وردت بالتطبيق السابق - والمطلوب بمستوى معنوية ٠,٠٥ إستخدام الجداول لإختبار فرض تساوي نسب النجاح ضد:

أ - الفرض الموجه : ق$_{١}$ > ق$_{٢}$

ب - الفرض غير الموجه : ق$_{١}$ ≠ ق$_{٢}$

	مجتمع ١	مجتمع ٢	
ناجح	٣	٤	٧
راسب	٧	١	٨
	١٠	٥	١٥

الحل :

بالرجوع لجدول ٧ (إحتمالات الجداول الرياعية) حيث (ن ، ي١ ، ي٢ ، س) هى (١٥ ، ٥ ، ٧ ، ٤) نجد أن الإحتمالات (مشاهد ، أخرى ، مجموع) هى (٠,١٠٠ ، ٠,٠١٩ ، ٠,١١٩) .

وبذلك لا نستطيع رفض فرض العدم ، في أي من الإختبارين الموجه وغير الموجه .

تطبيق (٤-١٣)

في دراسة لتقييم أحد الإختبارات الطبية ومدى قدرته على تشخص المرض ، تم تطبيقه على مجموعتين من المرضى ، الأولى مصابة بالمرض (١) والثانية بمرض آخر (٢) وقد ظهرت النتائج كما هى موضحة بالجدول والمطلوب إختبار الفرض بأن الإختبار أكثر فعالية في إكتشاف المرض (١) بمستوى معنوية ١٠٪ .

التعامل	المرض ١	المرض ٢	
إيجابي	٣	٢	٥
سلبي	١	٤	٥
	٤	٦	١٠

الحل :

ف. : ق١ ≥ ق٢ ف١ : ق١ < ق٢

لمزيد من الإيضاح ، نعرض الحل بالطريقتين السابق إيضاحهما .

$$ح_1 = \frac{5!\ 5!\ 4!\ 6!}{10!\ 3!\ 1!\ 2!\ 4!} = 0.238$$

١	٤
٥	٠

$$ح_2 = \frac{5!\ 5!\ 4!\ 6!}{10!\ 4!\ 1!\ 1!\ 5!} = 0.0238$$

مستوى المعنوية الحقيقة ح = ٠,٢٣٨ + ٠,٠٢٣٨ = ٠,٢٦١٨

وحيث أنه أكبر من مستوى المعنوية الإسمي ، لا نستطيع رفض فرض العدم .

الحل بإستخدام الجداول :

بالرجوع لجدول -٧- نجد أن الإحتمال المشاهد هو ٠,٢٦٢ وحيث أنه أكبر من ٠,٠٥ لا نستطيع رفض فرض العدم .

تطبيق (٤-١٤) :

علاج جديد تم تجربته على سبعة من المرضى ، والجدول التالي يعرض النتائج بعد العلاج بالمقارنة مع مجموعة أخرى من المرضى لم يتم تطبيق العلاج الجديد عليها (مجموعة ضابطة) . والمطلوب إختبار الفرض بأن العلاج الجديد أكثر فعالية ، وذلك بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

العلاج الجديد / النتيجة	المجموعة التجريبية (١)	المجموعة الضابطة (٢)	
مازالو أحياء	٦	٢	٨
توفوا	١	٧	٨
	٧	٩	١٦

الحل :

فرض العدم : ق تمثل نسبة الأحياء من المرضى

$$ف_{.} : ق_{1} \leq ق_{2}$$

$$ف_{1} : ق_{1} > ق_{2}$$

إحتمال التوزيع المشاهد :

$$ح_{1} = \frac{!٨ \; !٨ \; !٧ \; !٩}{!١٦ \; !٢ \; !٦ \; !٧ \; !١} = ٠,٠١٩٥$$

لإيجاد التوزيعات الأكثر تطرفاً ،. نطرح واحد من أقل تكرار بالجدول أعلاه - ثم نستكمل الجدول ، ليظهر كما يلي .

٧	١
٠	٨

إحتمالي الحصول على هذا التوزيع :

$$ح_{٢} = \frac{!٩ \quad !٧ \quad !٨ \quad !٨}{!٨ \quad !١ \quad !٠ \quad !٧ \quad !١٦} = ٠,٠٠٠٧$$

مستوى المعنوية الحقيقي : $ح = ح_{١} + ح_{٢} = ٠,٠٢٠٢$

وحيث أنه أصغر من مستوى المعنوية الإسمي (٠,٠٥) نرفض فرض العدم ، ونقبل العرض البديل ، أي أن العلاج الجديد أكثر فعالية .

ملحوظة : حجم العينة ١٦ أكبر من المسموح بالجداول .

تطبيق (٤-١٥) :

في دراسة لأحوال المعلمين ، تضمنت تقديرات بمدى قدرتهم على التدريس وذلك من عينتين من المدرسين يختلفان حسب مدة الخبرة والمطلوب إختبار تساوي الكفاءة بيهما بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

مدة الخبرة / التقدير	أقل من ٥ سنوات	٥ سنوات فأكثر	
ناجح	٥	٤	٩
غير ناجح	٣	١	٤
	٨	٥	١٣

الحل :

$ف_. : ق_١ = ق_٢$

$ف_١ : ق_١ \neq ق_٢$

بالرجوع لجدول -٧- وبإستخراج القيم (١٣ ، ٤ ، ٥ ، ١) نجد أن الإحتمالات هى (٠,٤٩٠ ، ٠,١١٩ ، ٠,٦٠٨)

وعلى ذلك لا نستطيع رفض فرض العدم .

٤-٢-٢ الإختبار الطبيعي

عندما يكون حجم العينة كبيراً فإن العمل المطلوب بإستخدام إختبار فيشر الحقيقي يكون كبيراً ، كما يمكن إستخدام إختبارات أخرى تعطى تقريباً جيداً ، منها الإختبار الطبيعي ، وإجراءات هذا الإختبار مشابهة لإجراءات الإختبار الطبيعي المستخدم لمقارنة متوسطا ن (٣ - ٣ - ٢) .

وللملائمة يمكن عرض بيانات العينتين كما يلي :

	عينة ١	عينة ٢	
نجاح	$ك_١$	$ك_٢$	ك
فشل	$ن_١-ك_١$	$ن_٢-ك_٢$	ن- ك
	$ن_١$	$ن_٢$	ن

فرض العدم : $ق_١ = ق_٢ = ق$

إحصاء الإختبار :

$$\text{ص} = \frac{\text{ق}_{1} - \text{ق}_{2}}{\text{ع}_{\text{ق}_{1} - \text{ق}_{2}}} \qquad (٤-٣١)$$

حيث : $\text{ع}^{2}_{\text{ق}_{1} - \text{ق}_{2}} = \frac{\text{ق ك}}{\text{ن}_{1}} + \frac{\text{ق ك}}{\text{ن}_{2}}$

$$\text{ع}^{2}_{\text{ق}_{1} - \text{ق}_{2}} = \text{ق ك} \left(\frac{1}{\text{ن}_{1}} + \frac{1}{\text{ن}_{2}} \right) \qquad (٤-٣٢)$$

حيث ن_{1} ، ن_{2} هما حجوم العينتان على التوالي ، ق هو تقدير لنسبة المجتمع ويتم حسابها كما يلي :

$$\text{ق} = \frac{\text{عدد حالات النجاح في العينتين}}{\text{حجم العينتين}}$$

$$\text{ق} = \frac{\text{ك}_{1} + \text{ك}_{2}}{\text{ن}_{1} + \text{ن}_{2}} \qquad (٤-٣٣)$$

$$= \frac{\text{ن}_{1}\ \text{ق}_{1} + \text{ن}_{2}\ \text{ق}_{2}}{\text{ن}_{1} + \text{ن}_{2}} \qquad (٤-٣٤)$$

توزيع المعاينة :

الإحصاء ص يتبع التوزيع الطبيعي المعياري .

قاعدة القرار

القواعد مماثلة لما ورد في حالة مقارنة متوسطان بالقسم (٣ - ٣ - ١) .

ويجب ملاحظة أن إستخدام الإختبار الطبيعي يعتبر تقريبي ، ويشترط لصحة إستخدامه وحتى يعطي نتائج دقيقة أن يكون حجم المشاهدات كبيراً ، ويمكن الإعتماد على القاعدة التالية :

يستخدم التوزيع الطبيعي كتقريب في حالة ما إذا كانت كل القيم التالية أكبر من ٥ ، أي :

$$\text{ن}_{1}\,\text{ق} > 5 \;،\; \text{ن}_{1}\,\text{ك} > 5 \;،\; \text{ن}_{2}\,\text{ق} > 5 \;،\; \text{ن}_{2}\,\text{ك} > 5 \qquad (٤-٣٥)$$

حيث ن_{1} ، ن_{2} هى حجوم العينات ، ق هى تقدير لنسبة المجتمع يحسب حسب الصيغة (٤ - ٣٣) ، وفي حالة عدم توفر هذه الشروط فإنه يلزم إستخدام إختبار فيشر .

معامل تصحيح الإستمرارية :

أجرى ييتز Yates في ١٩٣٤ تعديلاً في صيغة الإحصاء (٤ - ٣١) براعاة معامل تصحيح الإستمرارية مما أدى إلى زيادة دقة التقريب ويتطلب معامل التصحيح طرح (إضافة) المقدار (١ / ضعف حجم العينة) إلى النسبة الأكبر (الأصغر) فإذا كانت ق_{1} أكبر من ق_{2} فإن قيمة الإحصاء تصبح .

$$\text{ص} = \frac{\left(\text{ق}_{1} - \frac{1}{2\,\text{ن}_{1}}\right) - \left(\text{ق}_{2} + \frac{1}{2\,\text{ن}_{2}}\right)}{\sigma_{\text{ق}_{1} - \text{ق}_{2}}} \qquad (٤-٣٦)$$

تطبيق (٤-١٦) :

في مسح إجتماعي لمعرفة رغبات الشباب وإتجاهاتهم ، تم إعداد البيان التالي بشأن وجهة نظرهم في إحدى الموضوعات .

مستوى التعليم / الرأي	متعلم	غير متعلم	
موافق	٥٥	٢١	٥٦
غير موافق	٢٠	٢	٢٢
	٧٥	٢٣	٩٨

والمطلوب إختبار فرض تساوي نسب الموافقة بين المتعلمين وغير المتعلمين بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

الفرض المطلوب إختباره هو : $ف_{.}$: $ق_1 = ق_2 = ق$

ضد : $ف_1$: $ق_1 \neq ق_2$

نستخدم الإختبار الطبيعي

$$ق_1 = \frac{٥٥}{٧٥} = ,٧٣٣ \qquad ق_2 = \frac{٢١}{٢٣} = ,٩١٣$$

$$ق = \frac{٥٥ + ٢١}{٧٥ + ٢٣} = ٠,٧٧٦$$

التحقق من توافر شروط إستخدام التوزيع التطبيقي (٤ ٣٥)

٧٥ (٠,٧٧٦) = ٥٨,١ ، ٧٥ (٠,٢٢٤) = ١٦,٨ ، ٢٣ (٠,٧٧٦)

= ١٧,٨ ، ٢٣ (٠,٢٢٤) = ٥,١١٥

وبحساب قيمة الإحصاء ، الصيغة (٤ - ٣٦)

$$ص = \frac{[\,٠,٧٣٣ + \frac{١}{٢(٧٥)}\,] - [\,٠,٩١٣ - \frac{١}{٢(٢٣)}\,]}{\sqrt{[\,(٠,٧٦٦)\,(٠,٢٢١)\,(\frac{١}{٧٥} + \frac{١}{٢٣})\,]}}$$

$$= \frac{٠,٧٤ - ٠,٨٩١}{٠,٠٩٨٧} = - ١,٥٣$$

منطقة الرفض ص < - ١,٩٦ ، ص > ١,٩٦

وبذلك لا نستطيع رفض فرض العدم .

لاحظ أنها نفس النتيجة التي تم التوصل إليها بإستخدام إختبار كا٢ (تطبيق ٤-١٧).

تطبيق (٤-١٧)

علاج جديد تم تجربته على عينة من المرضى ، . لتحديد مدى فاعليته . تم سحب عينتان عشوائيتان من المرضى طبق العلاج على إحداها وفيما يلي النتائج بعد فترة مناسبة . والمطلوب إختبار الفرض بأن العلاج الجديد أكثر فعالية بمستوى معنوية ٠,٠٢ .

العينة / عدد المرضى	التجريبية (١)	التجريبية (٢)	
محسن	٣٨	٢٩	٦٧
كما هي	٧	١٧	٢٤
	٤٥	٤٦	٩١

الحل :

$\text{ف}_{.}$: $\text{ق}_{1} \geq \text{ق}_{2}$

ف_{1} : $\text{ق}_{1} > \text{ق}_{2}$

ق_{1} = ٣٨/٤٥ = ٨١٤,. ، $\text{ق}_{.}$ = ٢٩/٤٦ = ٦٣,٠ ، ق = ٦٧/٩١ = ٧٣٦,٠ . لاحظ أن شروط إستخدام الإختبار الطبعي متوفرة (٤ - ٣٥) .

$$\text{ص} = \frac{\left[\text{٠,٨٤٤} - \frac{\text{١}}{\text{٢(٤٥)}}\right] - \left[\text{٠,٦٣٠} + \frac{\text{١}}{\text{٢(٤٦)}}\right]}{\sqrt{\left[\left(\frac{\text{١}}{\text{٤٥}} + \frac{\text{١}}{\text{٤٦}}\right)(\text{٠,٢٦٤})(\text{٠,٧٣٦})\right]}}$$

$$= \frac{\text{٠,٨٣٣} - \text{٠,٦٤١}}{\text{٠,٠٩٢}} = \text{٢,٠٨٧}$$

منطقة الرفض ص > ط (٠,٩٨) = ٢,٠٥

وبذلك نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل بأن العلاج الجديد أكثر فعالية .

٤-٢-٣ إختبار كا^2 :

هذا الإختبار يعد حالة خاصة من إختبار كا^2 والذي قدمه بيرسون عام ١٩٠٠ ، وقد أدخل ييتز Yates عليه تحسيناً عام ١٩٣٤ . ويستخدم الإختبار لمقارنة النسبة في مجتمعين ، وذلك من عينتين مستقلتين ، كما هو الحال في إختبار فيشر الحقيقي ، غير أن إختبار كا^2 يقتصر على حالة إختبار الفرض الغير موجه (إختبار من طرفين) .

الإفتراضات :

١ - عدد الوحدات المشاهدة الكلي لا يقل عن ٥٠ .

٢ - التكرار المتوقع في أي خلية لا يقل عن ٥ .

إن حالة البيانات يمكن عرضها في مصفوفة أو جدول ٢/٢ كما سبق في القسم (٤-٢-١-١) .

	١	٢	
الصفة ١	ك١١	ك٢١	ك١.
الصفة ٢	ك١٢	ك٢٢	ك٢.
	ك.١	ك.٢	ك.. = ن

إحصاء الإختبار :

إحصاء الإختبار هو قيمة كا^2 وبالصيغة السابق عرضها في إختبار كا^2 بالقسم (٢-٣-١) وهذه الصيغة للحالة الخاصة بجدول ٢×٢ تصبح كما يلي :

$$كا^{2} = \frac{ن\ (ك_{11}\ ك_{22} - ك_{21}\ ك_{12})^{2}}{ك_{1.}\ ك_{2.}\ ك_{.1}\ ك_{.2}} \qquad (٤-٣٧)$$

وقد أدخل ييتز Yates عام ١٩٣٤ تحسناً على هذه الصيغة بإضافة معامل تصحيح الإستمرارية لزيادة دقة التقريب لتصبح الصيغة* :

$$كا^{2} = \frac{ن\ (\,|ك_{11}\ ك_{21} - ك_{21}ك_{12}| - ن / ٢\,)^{2}}{ك_{1.}\ ك_{2.}\ ك_{.1}\ ك_{.2}} \qquad (٤-٣٨)$$

ويمكن أيضاً عرضها في الصورة العامة كما يلي :

$$كا^{2} = مجـ \frac{(\,|ك - \bar{ك}| - ١/٢\,)^{2}}{\bar{ك}} \qquad (٤-٣٩)$$

حيث $\bar{ك}$ هو التكرار المتوقع :

$$\bar{ك}_{رل} = \frac{ك_{ر.}\ ك_{.ل}}{ن} \qquad (٤-٤٠)$$

(*) | س | تعني القيمة المطلقة ، أي قيمة س بصرف النظر عن الإشارة أي = س إذا كانت س موجبة ، = - س إذا كان س سالبة .

هو التكرار المتوقع بالخلية بالصف ر والعمود ل

وبصفة عامة ، ينصح بإستخدام معامل التصحيح ، على أنه إذا كان حجم المشاهدات كبيراً فإن هذا المعامل يكون تأثيره قليل ، وفي هذه الحالة يمكن تجاهله .

توزيع المعاينة :

الإحصاء كا^{٢} السابق عرضه يتبع توزيع كا^{٢} بدرجة حرية واحدة .

قاعدة القرار :

بمستوى معنوية م نرفض فرض العدم إذا كانت قيمة كا^{٢} المحسوبة أكبر من قيمة كا$^{٢}_{١}$ (١ - م) والتي تستخرج من جدول توزيع كا^{٢} جدول ٥ بالجداول الإحصائية الملحقة .

تطبيق (٤-١٨)

٣٢ مريضاً تلقوا المعالجة أ ، ١٦ منهم تم شفائهم و ٢٨ مريض أخرين تلقوا المعالجة ب شفى منهم ٨ . هل يعد العلاجين بنفس الكفادة ، المطلوب إستخدام إختبار كا^{٢} بمستوى معنوية ٠,٠١ .

الحل :

نعرض البيانات في صورة جدول ٢ × ٢ لتسهيل إستخدام الصيغة (٤ - ٣٨) .

ف$_{.}$: ق$_{١}$ = ق$_{٢}$

ف$_{١}$: ق$_{١}$ $\neq$ ق$_{٢}$

	لم يشفى	شفى	المريض / المعالجة
٣٢	١٦	١٦	أ
٢٨	٢٠	٨	ب
٦٠	٣٦	٢٤	

$$\text{كا}^2 = \frac{٦٠ \left(\left| ١٦ \times ٢٠ - ١٦ \times ٨ \right| - ٦٠/٢ \right)^2}{(٢٨)\ (٣٢)\ (٣٦)\ (٢٤)} = ٢,٠٣$$

من جدول ٥ نجد أن كا^2_1 (٠,٩٩) = ٦,٦٣٥

لا نستطيع رفض فرض العدم .

تطبيق (٤-١٩) :

المطلوب إختبار الفرض الوارد بالتطبيق (٤-١٦) بإستخدام إختبار كا^2 .

الحل :

	غير متعلم	متعلم	الإجابة
٧٦	٢١ / ١٧,٨	٥٥ / ٥٨,٢	موافق
٢٢	٢ / ٥,٢	٢٠ / ١٦,٨	غير موافق
٩٨	٢٣	٧٥	

الجدول أعلاه يعرض التكرارات الفعلية وقد تم تدوين التكرارات المتوقعة في نفس الخلية ، بإستخدام الصيغة (٤ - ٤٠) .

نقوم بحساب الإحصاء ص بإستخدام الصيغة (٤ - ٣٩) ، وقد تم تجاهل معامل التصحيح نظراً لأن حجم المشاهدات كبير .

$$\text{ص} = \frac{(\text{٥٥} - \text{٥٨,٢})^{\text{٢}}}{\text{٥٨,٢}} + \ldots\ldots + \frac{(\text{٢} - \text{٥,٢})^{\text{٢}}}{\text{٥,٢}} = \text{٣,٣٣}$$

وحيث أن ص = ٣,٣٣ > $\text{كا}^{\text{٢}}_{\text{١}}$ (٠,٩٥) = ٣,٨٤

فإننا لا نرفض فرض العدم

لاحظ أنها نفس النتيجة التي تم التوصل إليها بإستخدام الإختبار الطبيعي (تطبيق ٤-١٦).

٤ - ٣ مقارنة نسبتان : بيانات مرتبطة

الإختبارات المقدمة بالفصل السابق تشترط أن المشاهدات مستقلة ، سواء بين العينات أو بداخلها ، وتوجد حالات لا يتوفر فيها هذه الشروط ، منها ما يتعلق بدراسات التغير بصفة عامة كالتغير في المواقف أو الإتجاهات أو السلوك أو الحالة الصحية أو الإقتصادية ..... إلخ .

وفي هذا الفصل نعرض الإختبارات المستخدمة فى هذا المجال :

١ - إختبار مكنمار (١٩٤٧) .

٢ - إختبار جارت (١٩٦٩) .

٤-٣-١ إختبار مكنمار

قدمه مكنمار McNmar عام ١٩٤٧ يستخدم لإختبار الفرض بتساوي نسبتين مرتبطتين أو بالنسبة للمشاهدات التي تتضمن تغير من حالة لأخرى خاصة في التصميمات القبلية البعدية Before - After حيث يكون كل شخص ضابط لنفسه فإنه يستخدم لإختبار أن إحتمال التغير من الحالة الأولى للحالة الثانية متساوياً لإحتمال التغير من الحالة الثانية للحالة الأولى - ويمكن توضيح الحالة بترتيب البيانات في جدول ٢×٢ وللملائمة سيتم عرضه مرة بالتكرارات المشاهدة وعرضه مرة أخرى بعد تحويل هذه التكرارات إلى نسب أو إحتمالات.

بعد / قبل	موافق	غير موافق	
موافق	ك١١	ك٢١	ك١.
غير موافق	ك١٢	ك٢٢	ك٢.
	ك.١	ك.٢	ك..

بعد / قبل	موافق	غير موافق	
موافق	ح١١	ح٢١	ح.١
غير موافق	ح١٢	ح٢٢	ح.٢
	ح١.	ح٢.	ح..

ويمكن عرض فرض العدم بإعتباره إختبار لتساوي النسب الهامشية المرتبطة بمعنى أن نسب الموافقة متساوية (قبل وبعد) أي :

ف. : ح١. = ح.١ (٤-٤١)

وهذا يماثل الفرض التالي بإعتباره إختبار لفرض التماثل في إحتمالات التغير .

ف. : ح٢١ = ح١٢ (٤-٤٢)

وذلك بطرح ح١١ المشترك في كلا الطرفين . ويعني فرض التماثل أن إحتمال التغير إلى موقف الموافقة يساوي إحتمال التغير إلى موقف عدم الموافقة ، ولذا فإنه يمكن تصور بالمجموع ك٢١ + ك١٢ = ن على أنه يمثل محاولات مستقلة عددها (ن) ، وأن إحتمال التغير من الموافقة إلى عدم الموافقة (أو العكس) يساوي ($\frac{١}{٢}$) . وبإعتبار فرض العدم صحيحاً ، فإن التكرارات بخلايا التغير (ك٢١ ، ك١٢) تمثل إحصاءات تتبع توزيع ذي الحدين - بعدد محاولات قدره (ن) وإحتمال تغير قدره $\frac{١}{٢}$. ويكون الحل بتطبيق إختبار ذي الحدين وقد تم عرضه تفصيلاً في القسم

، ٤-١-٢) . ويلاحظ أنه في حالة الإختبار من جانبين ، نضاعف مستوى المعنوية الحقيقى.

وإذا كان عدد المشاهدات كبيراً ، حيث يكون

$$ك_{٢١} \geq ١٠ \text{ ، } ك_{١٢} \geq ١٠ \qquad (٤-٤٣)$$

فإنه يمكن إستخدام الإختبار الطبيعي أو إختبار كا^{٢} حيث تعطى نتائج مقاربة لإختبار ذي الحدين الحقيقي .

تقريب إختبار كا^{٢}

بالشروط السابق ذكرها (٤-٤٣) يمكن إستخدام الإحصاء :

$$كا^{٢} = \frac{(ك_{١٢} - ك_{٢١} \pm ١)^{٢}}{ك_{١٢} + ك_{٢١}} \qquad (٤-٤٤)$$

وهو يتبع كا^{٢} بدرجة حرية واحدة .

ويتم إختيار إشارة معامل التصحيح (±١) بحيث تخفض المسافة $ك_{١٢}$ - $ك_{٢١}$ فإذا كانت موجبة نجعله سالباً والعكس .

قاعدة القرار :

إذا كان مستوى المعنوية مـ فإننا نرفض فرض العدم .

أ - في حالة الإختبار غير الموجه :

$$كا^{٢} > كا^{٢}_{١} \text{ (١- مـ)} \qquad (٤-٤٥)$$

* أو إذا كان ح < مـ (٤-٤٦)

حيث ح مستوى المعنوية الحقيقي

ب - في حالة الإختبار الموجه إذا كان

$\text{كا}^{٢} > \text{كا}^{٢}_{١} \; (١ - ٢\,\text{مـ})$ (٤-٤٧)

أو ح < مـ/٢ (٤-٤٨)

ويلاحظ أنه في الحالة الأخيرة تم إستخدام نصف مستوى المعنوية حيث أننا نختبر فرضاً من طرف واحد غير أن جداول $\text{كا}^{٢}_{ }$ تعطي قيم بطرفين .

تعريف الإختبار الطبيعي

بالشروط السابق ذكرها (٤-٤٣) يمكن إستخدام الإحصاء :

$$\text{ط} = \frac{\text{ك}_{١٢} - \text{ك}_{٢١} \pm ١}{\sqrt{\text{ك}_{١٢} + \text{ك}_{٢١}}} \qquad (٤\text{-}٤٩)$$

ويتم إختيار الإشارة بحيث تخفض المسافة بين $\text{س}_{١٢}$ ، $\text{س}_{٢١}$.

وهذا الإحصاء يتبع التوزيع الطبيعي المعياري . ويجب ملاحظة أن $\text{كا}^{٢} = \text{ط}^{٢}$.

تطبيق (٤-٢٠)

علاج جديد يراد إختباره لوجود إدعاء بأنه أفضل من القديم ، تم إجراء تجربة بحيث يطبق نوعي العلاج على كل مريض ، والجدول التالي يعرض النتائج . والمطلوب إختبار الفرض بمستوى معنوية ٠,٠١ .

حالة المرضى بعد العلاج

العلاج الجديد / العلاج القديم	تحسن	لم يتحسن	
تحسن	٢١	٢	٢٣
لم يتحسن	٨	١٩	٢٧
	٢٩	٢١	٥٠

الحل :

$ف_٠$: ح٢١ = ح١٢

$ف_١$: ح٢١ ≥ ح١٢

نستخدم إختبار ذي الحدين حيث أن التقريب شروطه غير متوفرة (٤-٤٣)

ن = ٨ + ٢ = ١٠ ، ق = ٠,٥

من جدول (٨) نوجد مستوى المعنوية الحقيقي (ح) .

ح = $ح_{١٠،٥،٠}$ (٢) = ٠,٠٥٥

وحيث أنه أكبر من مستوى المعنوية الإسمي ٠,٠١ لا نستطيع رفض فرض العدم .

تطبيق (٤-٢١)

بمناسبة إنتخابات الرئاسة في إحدى الدول . تم إعداد الجدول التالي من عينة عشوائية مكونة من مائة شخص ، ويعرض الجدول إختيارات كل منهم قبل وبعد عمل المناظرة التليفزيونية بين الرئيسين المرشحين . بمستوى معنوية ٠,٠٥ . المطلوب إختبار الفرض بأن المجتمع لم يتغير رأيه بالمناظرة .

الإختيارات قبل.وبعد المناظرة

قبل \ بعد	وفدي	وطني
وفدي	٦٣	١٥
وطني	٥	١٢

الحل :

نستخدم إختبار ذي الحدين حيث أن شروط التقريب غير متوفرة .

ف. : ح١٢ = ح٢١

ف١ : ح١٢ ≠ ح٢١

ن = ٥ + ١٥ = ٢٠

مستوى المعنوية الحقيقي ح = ح.٢،٠,٥،٠ (٥) = ٠,٠٢٠٧

وحيث أن الإختبار غير موجه ، نرفض فرض العدم وذلك لأن .

ح = ٠,٠٢٠٧ > م/٢ = ٠,٠٢٥

تطبيق (٤-٢٢)

في دراسة لإستطلاع رأي المشاهدين لبرامج التليفزيون قام أحد الباحثين بسحب عينة عشوائية لمعرفة مدى موافقتهم على برنامج معين في فترتين مختلفتين . والمطلوب بمستوى معنوية ٠٫٠٥ . إختبار ما إذا كان هناك تغير لصالح الموافقة على البرنامج وذلك بإستخدام :

أ - إختبار ذي الحدين .

ب - الإختبار الطبيعي .

جـ - إختبار كا٢ .

الزمن (٢) / الزمن (١)	موافق	غير موافق	
موافق	٣٠	٦	٣٦
غير موافق	١٨	٢٤	٤٢
	٤٨	٣٠	٧٨

الحل :

ف. : ح١٢ = ح٢١

ف١ : ح١٢ < ح٢١

أ - بإستخدام إختبار ذي الحدين : ن = ٦ + ١٨ = ٢٤

ح = ح٢٤، ٠٫٥ (٦) = ٠٫٠١١٣

ولذا نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل والذي يتضمن بوجود تغير لصالح الموافقة على البرنامج .

ب - بإستخدام التوزيع الطبيعي

$$\text{ص} = \frac{(\text{ك}_{١٢} - \text{ك}_{٢١}) \pm ١}{\sqrt{\text{ك}_{١٢} + \text{ك}_{٢١}}}$$

$$= \frac{١٨ - ٦ - ١}{\sqrt{١٨ + ٦}} = ٢,٢٤٥$$

$$\text{ط}\,(٠,٩٥) = ١,٦٤٥$$

نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل وهو وجود تغير لصالح الموافقة على البرنامج .

جـ - بإستخدام توزيع كا^{٢}

$$\text{ص} = \frac{(\text{ك}_{١٢} - \text{ك}_{٢١} \pm ١)^{٢}}{\text{ك}_{١٢} + \text{ك}_{٩١}}$$

$$= \frac{(١٨ - ٦ - ١)^{٢}}{١٨ + ٦} = ٥,٠٤$$

$$\text{كا}^{٢}_{١}\ (١ - ٢\ \text{مـ}) = \text{كا}^{٢}\ (٠,٩٠) = ٢,٧٠٦$$

بمستوى ٠,٠٥ نرفض ف$_{٠}$.

تطبيق (٤-٢٣)

في مقارنة لنوعين من العلاج تم تجربتهما على عينة من المرضى بحيث يطبق كلا العلاجين على كل مريض في مناسبتين مختلفتين . والجدول التالي يلخص أثر العلاج على الغثيان كأحد الأعراض الجانبية للعلاج . والمطلوب إختبار فرض تساوي معدل الغثيان في كل من نوعي العلاج بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

حالات الغثيان

العلاج (أ) / العلاج (ب)	يوجد	لا يوجد	
يوجد	٩	٣	١٢
لا يوجد	١٢	٧٦	٨٨
	٢١	٧٩	١٠٠

الحل :

نستخدم إختبار ذي الحدين حيث أن شروط إستخدام الإختبارات التقريبية غري متوفرة (٤-٤٣) .

$$ن = ١٢ + ٣ = ١٥$$

من جدول توزيع ذي الحدين (٨) نوجد مستوى المعنوية الحقيقي .

$$ح_{١٥،٠,٥}(٣) = ٠,٠١٧٦$$

وحيث أن الإختبار في طرفين يكون مستوى المعنوية الحقيقي ضعف هذا الإحتمال أي ٠٣٥ , ٠ .

وحيث أن مستوى المعنوية الحقيقي أقل من مستوى المعنوية الإسمي ٠٥ , ٠ نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل أي يوجد إختلاف في معدلات الغثيان في كل من نوعي العلاج .

٤-٣-٢ إختبار جارت

قدم جارت Gart, J.J عام ١٩٦٩ إختبار أصلى لمقارنة نسبتين لعينتين مرتبطتين في حالة وجود أهمية للترتيب داخل الأزواج Pairs . ولذا يطلق عليه إختبار جارت لتأثير الترتيب Gart's test for order effects .

وفي هذا الإختبار يتم صياغة نموذج على هيئة جدول أو مصفونة ٢ × ٢ ويعتمد في حله على إختبار فيشر الأصلى .

لإيضاح ذلك نرجع للتطبيق (٤-٢٣) حيث تم إستخدام إختبار مكنمار ، بقصد إختبار مدى تساوي فاعلية العلاجين أ ، ب . غير أنه في هذه الحالة نريد بحث عامل آخر جديد ، قد يكون له أثر جوهري على الغثيان ، وهو ترتيب تعاطي العلاجين . وهذا العامل يمثل معلومات هامة تم تجاهلها في إختبار مكنمار ، أو بعبارة أخرى فإن إختبار مكنمار يقدم تقييماً جزئياً للموقف ، حيث أن نتيجة الإختبار كانت « وجود إختلاف في الغثيان في كل من نوعي العلاج » .

الحالة الآن هى أن المريض يتعاطى كلا النوعين من العلاج (معاملات) بترتيب معين والرمز (أ ، ب) يعني تعاطي العلاج أ أولاً ثم العلاج ب . وتعتمد الإجراءات على عرض جدولين ٢×٢ بإستخدام أزواج المشاهدات التي لها إستجابات مختلفة .

الجدول الأول : جدول إختبار الترتيب .

الجدول الثاني : جدول إختبار المعاملات .

وسنوضح طبيعة كل جدول في التطبيق التالي :

تطبيق (٤-٢٤)

البيانات الواردة في الجدول التالي ، تم إعدادها من دراسة الحالة الوارد بالتطبيق (٤-٢٣) . المطلوب إختبار الفروض التالية بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

١ - عدم وجود تأثير لترتيب تعاطي العلاجين .

٢ - عدم وجود فرق بين العلاجين .

جدول إختبار الترتيب

ترتيب العلاج / الغثيان مصاحب	(أ ، ب)	(ب ، أ)	
للعلاج أ	٧	٥	١٢
للعلاج ب	١	٢	٣
	٨	٧	١٥

الحل :

١ - نطبق إختبار فيشر علي الجدول أعلاه . من جدول (٧) نجد أن مستوى المعنوية الحقيقي هو ٥٦٩,٠ وحيث أنه أكبر من مستوى المعنوية الرسمي ٠,٠٥ فإننا لا نستطيع رفض فرض العدم والذي يقضي بعدم وجود تأثير لترتيب تعاطي العلاجين .

٢ - لإختبار الفرض الثاني نقوم بإعادة عرض الجدول بالصورة المضوحة أدناه ، مع تطبيق إختبار فيشر . من جدول (٧) نجد أن مستوى المعنوية الحقيقي ٠,٠٤١ . وحيث أنه أقل من ٠,٠٥ نرفض فرض العدم ونقبل فرض وجود فرق بين العلاجين (معدل الغثيان أكبر في أ) .

جدول إختبار المعاملات

ترتيب العلاج / الغثيان مصاحب	(أ ، ب)	(ب ، أ)	
للعلاج الأول	٧	٢	٩
للعلاج الثاني	١	٥	٦
	٨	٧	١٥

تطبيق (٤-٢٥)

في التجربة الواردة بالتطبيق (٤-٢٣) الخاصة بمقارنة نوعي العلاج أ ، ب وأثرها على الغثيان ، نفرض أن نتائج التجربة كانت كما يلي :

ترتيب العلاج / الغثيان مصاحب	(أ ، ب)	(ب ، أ)	
للعلاج أ	٢	١٠	١٢
للعلاج ب	٣	٠	٣
	٥	١٠	١٥

والمطلوب إختبار الفروض التالية بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

١ - عدم وجود فرق بين العلاجين .

ب - عدم وجود تأثير لترتيب تعاطي العلاجين .

الحل :

تطبيق إختبار فيشر الحقيقي على الجدول المعطى يمكن إختبار الفرض (٢) . بالرجوع لجدول (٧) نجد أن مستوى المعنوية الحقيقي ٠,٠٢٢ وحيث أنه أقل من ٠,٠٥ نرفض فرض العدم ونقبل فرض وجود معدلات غثيان أكبر مع العلاج الثاني عنه مع العلاج الأول .

وبإعادة ترتيب البيانات لإختبار الفرض (١) نحصل على الجدول التالي وبالرجوع لجدول (٧) نجد أن مستوى المعنوية الحقيقي هو ٠,٠٩٥ وحيث أنه أكبر من ٠,٠٥ لا نستطيع رفض فرض العدم والذي يقضي بعدم وجود فرق بين العلاجين .

ترتيب العلاج / الغثيان مصاحب	(أ ، ب)	(ب ، أ)	
للعلاج الأول	٢	٠	٢
للعلاج الثاني	٣	١٠	١٣
	٥	١٠	١٥

٤ - ٤ مقارنة عدة نسب : بيانات مستقلة

٤-٤-١ إختبار فرض قيم لعدة نسب

توجد حالات بحثية كثيرة يكون فيها للمتغير عده قيم أو صفات وهذه الحالة تتبع توزيع أعم من توزيع ذي الحدين binomial يطلق عليه التوزيع متعدد الحدود Multinomial ، ويكون الفرض المطلوب إختباره هو :

$ف_.$: $ق_ر = ق_{ر.}$ ر = ١ ، ٢ ، ..... ، م

$ف_١$: ليست كل النسب في المجتمع تساوي النسب المحددة .

حيث مجـ $ق_ر$ = مجـ $ق_{ر.}$ = ١

إن الإختبار الحقيقي معقد ، وغالباً يستخدم كا٢ كتقريب .

الفئات	التكرار المشاهد	التكرار المتوقع
١ ⋮ م	$ك_١$ ⋮ $ك_م$	$\bar{ك}_١$ ⋮ $\bar{ك}_م$
	ن	ن

إحصاء الإختبار

$$كا^٢ = مجـ \frac{(ك - \bar{ك})^٢}{\bar{ك}} \qquad (٤-٥٠)$$

$$حيث\ \bar{ك}_ر = ن\ ق_{ر.} \qquad (٤-٥١)$$

الإحصاء $كا^2$ يتبع توزيع $كا^2$ بدرجات حرية م − ١ .

تطبيق (٤-٢٦)

سحبت عينة عشوائية حجمها ١٢٠ أسرة من مجتمع الأسر ذات الثلاثة أبناء ، فيما يلي توزيع عدد الذكور .

عدد الذكور	٠	١	٢	٣
عدد الأسر (التكرار)	٢١	٣٧	٤٤	١٨

هل تؤيد هذه العينة نظرية علم الوراثة والتي تقضي بأن إحتمال ولادة ذكر تساوي إحتمال ولادة أنثى وأن الحدثين مستقلان عن بعضهما .

الحل :

الإختبار المناسب هو إختبار $كا^2$. للحصول على التكرارات المتوقعة تبعاً للنظرية ، يجب الحصول على التوزيع الإحتمالي لعدد الذكور في الأسر ذات الثلاثة أبناء . إن عدد الذكور يتبع توزيع ذي الحدين حيث ن = ٣ ، ق = ٥ , ٠ . وبالرجوع لجدول توزيع ذي الحدين (جدول ٨) نحصل على التوزيع الإحتمالي*:

٨/١ ، ٨/٣ ، ٨/٣ ، ٨/١

ف : $ق_٠$ = ٨/١ ، $ق_١$ = ٨/٣ ، $ق_٢$ = ٨/٣ ، $ق_٣$ = ٨/١

(*) لمزيد من الإيضاح راجع الجزء الأول ، القسم (٢ − ٤ − ٢) .

التكرار المشاهد	٢١	٣٧	٤٤	١٨
التكرار المتوقع	١٥	٤٥	٤٥	١٥

بإستخدام الصيغة (٤ - ٥٠)

$$كا^{٢} = ٤,٤٤٤$$

بالرجوع لجدول (٥) $كا^{٢}_{٣}$ (٩٥,٠) = ٧,٨١٥

لا نستطيع رفض فرض العدم ، ونقبل النظرية .

٤-٤-٢ إختبار فرض تساوي عدة نسب

بفرض وجود عدد م من المجتمعات ، وكل وحدة في المجتمع تأخذ إحدى قيمتين : (نجاح - فشل) أي أن المجتمع ثنائي . ويمكن عرض الحالة فيما يلي :

المجتمع	١	٢	....	م	مجموع
عدد حالات النجاح	$ك_{١١}$	$ك_{٢١}$		$ك_{١م}$	أ
عدد حالات الفشل	$ك_{١٢}$	$ك_{٢٢}$		$ك_{٢م}$	ن - أ
مجموع	$ن_{١}$			م	ن
نسبة النجاح	$ق_{١} = س_{١} / ن_{١}$			$ق_{م}$	ق = أ/ن

فرض العدم : $ق_{١} = ق_{٢} = ... = ق_{م}$

الفرض البديل : النسب أعلاه غير متساوية .

إحصاء الإختبار

$$كا^2 = مجـ \frac{(ك - \bar{ك})^2}{\bar{ك}} \qquad (٤-٥٢)$$

حيث ك هى التكرارات الفعلية ، $\bar{ك}$ هى التكرارات المتوقعة ، وتحسب بالصيغة :

$$\bar{ك}_{ر ل} = \frac{ك_{ر.} \; ك_{.ل}}{ن} \qquad (٤-٥٣)$$

توزيع المعاينة

الإحصاء $كا^2$ أعلاه ، يتبع توزيع $كا^2$ بدرجات حرية م - ١ .

ملحوظة : يتطلب إختبار $كا^2$ كما سبق ذكره في العديد من المناسبات أن لا يقل التكرار المتوقع في أي خلية عن ٥ .

تطبيق (٤-٢٧)

في إحدى تجارب بحوث السرطان ، تم تقسيم مجموعة من فئران التجارب المصابة بالمرض إلى أربعة مجموعات بصورة عشوائية ، وتم علاج كل مجموعة منها بجرعات مختلفة من الإشعاع . والجدول التالي يعرض النتائج . والمطلوب إختبار فرض تساوي معدلات الشفاء فى المجموعات المختلفة بمستوى معنوية ٠,٠١ .

جرعات الإشعاع (rads)	٢٠٠٠	٣٠٠٠	٤٠٠٠	٥٠٠٠	مجموع
عدد حالات الشفاء	١٠	٣٢	٣٧	٣٢	١١١
حالات عدم الشفاء	٣٢	٩	٢	٨	٥١
العدد الكلي	٤٢	٤١	٣٩	٤٠	١٦٢

الحل :

ف. : ق١ = ق٢ = ق٣ = ق٤

كا٢ = ٥٥,٦٤٨ بإستخدام الصيغة (٤-٥٢) .

من جدول (٥) كا٢ (٠,٩٩) = ١١,٣٤٥

وبذلك نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل بمعنى أن إحتمالات الشفاء غير متساوية في الجرعات . لاحظ أن مستوى المعنوية الحقيقي أقل من ٠,٠٠١ .

٤ - ٥ مقارنة عدة نسب : بيانات مرتبطة

في كثير من الحالات يكون للمتغير أكثر من قيمتين ، فمثلاً في حالة مقارنة أنواع العلاج قد تكون نتيجة التطبيق (تحسن ، لا تغير ، أسوأ) ومتغير آخر مثلاً معدل إستهلاك السجائر قد يكون [صفر ، ١ - ١٠ ، ١١ - ٢٠ ، ٢١ فأكثر) .

ويفرض فيما يلي الإختبارات المناسبة لهذه الحالات :

١ - إختبار بوكر ١٩٤٨ .

٢ - إختبار ستيوارت ١٩٥٥ .

٣ - إختبار كوكران ١٩٥٠ .

٤-٥-١ إختبار بوكر

قدم بوكر Bowker عام ١٩٤٨ إختباراً يعد إمتداداً (من ناحية تعدد المستويات multilevel) لإختبار مكنمار لمقارنة النسب المرتبطة في النموذج متعدد المستويات (م × د) multilevel model . إن الهدف من إختبار مكنمار في النموذج ٢ × ٢ هو إختبار الفروض التالية :

١ - إختبار فرق متساوي النسب الهامشية المرتبطة (٤ - ٤١) .

٢ - إختبار فرض تماثل إحتمالات التغير (٤ - ٤٢) .

ويعتبر إختبار بوكر إمتداداً لهذا الإختبار الثاني ، وفيما يلي عرض للجدول التكراري يليه عرض للإحتمالات في المجتمع (م = د) .

الزمن (٢)

المستوى	١	٢	ل	د	
١	$ك_{١١}$	$ك_{١٢}$	$ك_{١ل}$	$ك_{١د}$	$ك_{١.}$
٢					
الزمن (١)					
ر	$ك_{ر١}$		$ك_{رل}$	$ك_{رد}$	$ك_{ر.}$
م	$ك_{م١}$		$ك_{مل}$	$ك_{مد}$	$ك_{م.}$
	$ك_{.١}$	$ك_{.٢}$	$ك_{.ل}$	$ك_{.د}$	ن

الزمن (٢)

المستوى	١	٢	ل	د	
١	ح١١	ح٢١	ح١ل	ح١د	ح١.
٢					
الزمن (١)					
ر	حر١		حرل	حرد	حر.
م	حم١		حمل	حمد	حم.
	ح.١	ح.٢	ح.ل	ح.د	١

فرض العدم

ف. : حرل = حلر   ر > ل

ف١ : ليست كل الإحتمالات أعلاه متساوية

إحصاء الإختبار

كا٢ = مجـ (ر ≠ ل) [(ش - ت)٢ / ت]   (٤-٥٤)

= مجـ (ر ≠ ل) [(كرل - ن حرل)٢ / ن حرل]   (٤-٥٥)

وغالباً لا تكون إحتمالات المجتمع حرل معلومة . وقد اقترح بوكر المقدرات التالية لها .

$$\hat{ك}_{رل} = \frac{(ك_{رل} + ك_{لر})}{٢ن} \qquad (٤-٥٦)$$

وبذلك يصبح الإحصاء :

$$كا^٢ = \sum_{ر > ل} \frac{(ك_{رل} - ك_{لر})^٢}{ك_{رل} + ك_{لر}} \qquad (٤-٥٧)$$

توزيع المعاينة

الإحصاء كا^٢ الموضح في الصيغة (٤-٥٧) يؤول إلى توزيع كا٢ بدرجات حرية د.ح حيث :

$$د ح = = \binom{م}{٢} = \binom{د}{٢} \qquad (٤-٥٨)$$

ملحوظة : في حالة م = د = ٢ فإن إحصاء بوكر يكون مماثلاً لإختبار مكنمار (كا^٢) غير المصحح . .

تطبيق (٤-٢٨)

في دراسة لتطور الأحوال الإقتصادية بالدولة ، تم إعداد التوزيع التالي من عينة لعدد من المشروعات الإقتصادية القائمة في فترتين زمنيتين مختلفتين ، مع بيان الشكل القانوني للمشروع في كل فترة . والمطلوب إختبار فرض تساوي إحتمالات التغيريين القطاعات بمستوى معنوية ١ ٪ .

الشكل القانوني للمشروع

١٩٧٠ \ ١٩٩٠	حكومي	عام	مشترك	خاص	
قطاع حكومي	٨	٩	٨	٥	٣٠
قطاع عام	٢	١٨	٢٠	٠	٥٠
قطاع مشترك	٢	٢	١١	٥	٢٠
قطاع خاص	٠	٢	٣	٣٥	٤٠
	١٢	٣١	٤٢	٥٥	١٣٠

الحل :

فرض العدم ف. : حرل = حل ر ر > ل

ف١ : حرل ≠ حل ر

إستخدم السيغة (٤ - ٥٧)

$$كا^{٢} = \frac{(٩ - ٢)^{٢}}{٩ + ٢} + \frac{(٨ - ٢)^{٢}}{٨ + ٢} + \frac{(٥ - ٠)^{٢}}{٥ + ٠}$$

$$+ \frac{(٢٠ - ٢)^{٢}}{٢٠ + ٢} + \frac{(١٠ - ٢)^{٢}}{١٠ + ٢} + \frac{(٥ - ٣)^{٢}}{٥ + ٣} = ٣٣,٦١٥$$

بإستخدام الصيغة (٤ - ٥٨) ر . ح = $\binom{٤}{٢}$ = ١٢

من جدول (٥) $كا^{٢}_{١٢}$ (٠,٩٩) = ٢٦,٢١٧

وبذلك نرفض فرض العدم ونقبل الفرض بأن إحتمال التغير من قطاع ر إلى قطاع ل لا يساوي إحتمال التغير بالعكس . لاحظ أن مستوى المعنوية الحقيي أقل من ٠,٠٠١ .

تطبيق (٤-٢٩)

في دراسة للحراك الإجتماعي في أحد المجتمعات ، تم إعداد التوزيع التالي من عينة حجمها ٢٠٠ شخص والبيان يعرض طبقة كل شخص في فترتين مختلفتين . والمطلوب إختبار فرض تساوي إحتمالات التغير بين الطبقات بمستوى معنوية ٠,٠١ .

الطبقة الإجتماعية

١٩٩٠ / ١٩٧٠	مرتفعة	متوسطة	منخفضة	
مرتفعة	٢٨	١١	٠	٣٩
متوسطة	٢٩	٣٧	٦	٧٢
منخفضة	٣١	١٨	٤٠	٨٩
	٨٨	٦٦	٤٦	٢٠٠

الحل :

$$كا^{٢} = \frac{(٢٩ - ١١)^{٢}}{٢٩ + ١١} + \frac{(٣١ - ٠)^{٢}}{٣١ + ٠} + \frac{(١٨ - ٦)^{٢}}{١٨ + ٦} = ٤٧,١$$

درجات الحرية = $\binom{٣}{٢}$ = ٣

$كا^{٢}_{٣}$ (٠,٩٩) = ١١,١٤٥

نرفض فرض تماثل إحتمالات التغير بين الطبقات .

٤-٥-٢ إختبار ستيوارت

قدمه ستيوارت Stuart عام ١٩٥٥ لإختبار فرض تجانس النسب الهامشية المرتبطة . ويعد إمتداداً (من ناحية تعدد المستويات multilevel) لإختبار مكنمار . وللملائمة نعرض البيانات فى جدولين ، أحدهما تكراري والآخر إحتمالي وبصورة مماثلة لما سبق عرضه في إختبار بوكر (٤ - ٥ - ١) .

فرض العدم :

$$ف : ح_{ر.} = ح_{.ر}$$

ويمكن عرضه على الصورة :

$$ف_{.} : ح_{ر.} - ح_{.ر} = صفر$$

أو $$ف_{.} : د_{ر} = ك_{ر.} - ك_{.ر} = صفر \qquad (٤-٥٩)$$

إحصاء الإختبار

يوجد عدة إحصاءات لإختبار الفرض السابق . غير أنها معقدة نوعاً ما - وكإجراء أسهل - في حال الجدول ٣×٣ قدمه فلايس وإفرت Fleiss and Everitt عام ١٩٧١ وهو كما يلي :

$$\text{كا}^{2} = \frac{\bar{\text{ك}}_{21}\,\text{د}_{3}^{2} + \bar{\text{ك}}_{32}\,\text{د}_{1}^{2} + \bar{\text{ك}}_{31}\,\text{د}_{2}^{2}}{2\,(\bar{\text{ك}}_{21}\,\bar{\text{ك}}_{31} + \bar{\text{ك}}_{21}\,\bar{\text{ك}}_{32} + \bar{\text{ك}}_{31}\,\bar{\text{ك}}_{32})} \qquad (٤-٦٠)$$

حيث $$\bar{\text{ك}}_{\text{رل}} = \frac{\text{ك}_{\text{رل}} + \text{ك}_{\text{لر}}}{2} \qquad (٤-٦١)$$

هى التكرارات المتوقعة :

توزيع المعاينة

الإحصاء أعلاه يتبع توزيع كا^{2} بعدد من درجات الحرية قدره إثنان .

قاعدة القرار

بمستوى معنوية مـ نرفض فرض العدم إذا كان :

$$\text{كا}^{2} > \text{كا}^{2}_{2}\,(1 - \text{مـ}) \qquad (٤-٦٢)$$

المقارنات المتعددة

في حالة رفض فرض العدم ، فإن الخطوة التالية في التحليل تكون في إيجاد الفئات التي تؤدي إلى الفروق المعنوية . ويمكن إجراء ذلك عن طريق ضغط الجدول الأصلي في جدول ٢×٢ وتطبيق إختبار مكنمار ، وقد سبق عرضه في القسم (٤-٣-١) .

تطبيق (٤-٣٠)

تم عرض مائة مريض على إثنان من الأطباء بصورة مستقلة ، والجدول التالي يعرض نتائج تشخيص كل منهما والمطلوب إختبار فرض تساوي إحتمالات التشخيص بمستوى معنوية ٠,٠١ .

تشخيص المرض

الطبيب (ب) / الطبيب (أ)	فصام	إضطرابات	أخرى	
فصام	٣٥	٥	٠	٤٠
إضطرابات نفسية	١٥	٢٠	٥	٤٠
أخرى	١٠	٥	٥	٢٠
	٦٠	٣٠	١٠	١٠٠

الحل :

نحسب التكرارات المتوقعة $\bar{ك}_{ر ل}$ (٤ - ٦١)

$$\bar{ك}_{١٢} = \frac{٥ + ١٥}{٢} \qquad \bar{ك}_{١٣} = ٥ \qquad \bar{ك}_{٢٣} = ٥$$

نحسب الفروق $د_ر$ (٤ - ٥٩)

$$د_١ = ٤٠ - ٦٠ = ٢٠ \qquad د_٢ = ١٠ \qquad د_٣ = ١٠$$

نحسب الإحصاء (٤ - ٦٠)

$$ى^٢ = \frac{١٠ (١٠)^٢ + ٥(-٢٠)^٢ + ٥ (١٠)^٢}{٢ (١٠ \times ٥ + ١٠ \times ٥ + ٥ \times ٥)} = ١٤$$

$كا^{٢}_{٢}$ (٠,٩٩) = ٩,٢١٠

نرفض تساوي إحتمالات التشخيص

لاحظ أن مستوى المعنوية الحقيقي أقل من ٠,٠٠١ .

تطبيق (٤-٣١)

في دراسة الحراك الإجتماعي الموضحة في التطبيق (٤-٢٩) . المطلوب بمستوى معنوية ١ ٪ إختبار فرض تساوي الإحتمالات الهامشية ، أي إحتمال الطبقة متساو في الفترتين .

الحل :

نحسب التكرارات المتوقعة (٤ - ٦١)

$\bar{ك}_{٢١}$ = ٢٠ ، $\bar{ك}_{٣١}$ = ١٥,٥ ، $\bar{ك}_{٣٢}$ = ١٢

نحسب الفروق $د_{ر}$ (٤ - ٥٩)

$د_{١}$ = ٤٩ ، $د_{٢}$ = ٦٠ ، $د_{٣}$ = - ٤٣

نحسب الإحصاء (٤ - ٦٠)

$$كا^{٢} = \frac{٢٠(-٤٣)^{٢} + ١٢(٤٩)^{٢} + ١٥,٥(-٦)^{٢}}{٢(٢٠\times ١٥,٥ + ٢٠\times ١٢ + ١٥,٥\times ١٢)} = \frac{٦٦٣٥٠}{٧٣٦} = ٩٠,١٥$$

$كا^{٢}_{٢}$ (٠,٩٩) = ٩,٢١٠

نرفض فرض تساوي الإحتمالات الهامشية لاحظ أن مستوى المعنوية الحقيقي أقل من ٠,٠٠١ .

٤-٥-٣ إختبار كوكران

قدمه كوكران Cochran عام ١٩٥٠ ويعتبر إمتداداً (من ناحية تعدد المتغيرات multivariable) لإختبار مكنمار - ويستخدم لإختبار ما إذا كانت عدة مجموعات - مرتبطة أو متناظرة matched (ثلاث فأكثر) من التكرارات أو النسب - تختلف معنوياً مع بعضها . والتناظر قد يكون أساسه خواص معينة للوحدات المختلفة أو على أساس إستخدام نفس الوحدات تحت ظروف أو معاملات مختلفة . ومن الأمثلة على ذلك :

١ - تقييم فعالية عدة أنواع من العلاج (معاملات) - عن طريق تجربة كل منها على المريض .

٢ - إختبار ما إذا كانت أسئلة أو بنود إختبار (المجموعات أو المعاملات) مختلفة من ناحية الصعوبة .

٣ - قد يكون لدينا بند واحد وبنود مقارنة إستجابات عدة أشخاص تحت عدة ظروف ، مثلاً بصدد الإنتهابات نقوم بسؤال كل شخص في الشريحة Panel المختارة من المنتخبين أيهما يفضل من الإثنان المرشحان - وذلك في عدة أوقات مختلفة : قبل الحملة الإنتخابية ، أثناء الحملة الإنتخابية ، قبل التصويت مباشرة ، بعد إعلان النتيجة . ويحدد إختبار كوكران ما إذا كانت هذه الظروف المختلفة لها تأثير على الإختيار .

وفيما يلي نعرض البيانات الخاصة بالحالة محل البحث والرموز المتعلقة بها وإجراءات الإختبار .

المعاملات / الوحدات	١	٢	ل	د	
١	$س_{١١}$	$س_{٢١}$	$س_{١ل}$	$س_{١د}$	$س_{١.}$
٢					
ر	$س_{ر١}$		$س_{رل}$	$س_{رد}$	$س_{ر.}$
م	$س_{م١}$			$س_{م د}$	$س_{م.}$
مجموع	$س_{.١}$		$س_{.ل}$	$س_{.د}$	$س_{..}$
النسبة	$ق_{١}$		$ق_{ل}$	$ق_{د}$	ق

فرض العدم :

$ف_{.}$: إحتمال النجاح واحد من كل المعاملات أو المعاملات تأثيرها متماثل .

إحصاء الإختبار :

$$ص = (ك-١) \times \frac{ك \text{ مجـ } س_{.ل}^{٢} - س_{..}^{٢}}{ك س_{..} - \text{مجـ } س_{ر.}^{٢}} \qquad (٤-٦٣)$$

توزيع المعاينة :

ص يتبع توزيع $كا^{٢}$ بدرجات حرية ك − ١ .

قاعدة القرار

بمستوى معنوية م نرفض فرض العدم إذا كان

$$ص > كا^{٢}_{ك-١} (١- م) \qquad (٤-٦٤)$$

تطبيق (٤-٣٢)

في مقارنة لثلاثة أنواع من العلاج تم تطبيقها على مجموعة من المرضى ، حيث يتقاضى كل مريض كل الأنواع ولكن في فترات مختلفة مناسبة بحيث لا يكون للترتيب أي أثر . والجدول التالي يعرض النتائج في صورة القيم ١ ، صفر لحالة ما إذا كان العلاج فعال أم غير فعال . والمطلوب إختبار فرض تساوي فعالية الأنواع الثلاثة بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

المريض	العلاج أ	العلاج ب	العلاج ج	$س_{ر.}$	$س^{٢}_{ر.}$
١	١	٠	١	٢	٤
٢	١	١	٠	٢	٤
٣	١	١	٠	٢	٤
٤	١	١	١	٣	٩
٥	١	٠	١	٢	٤
٦	٠	٠	٠	٠	٠
٧	١	٠	١	٢	٤
٨	١	١	١	٣	٩
٩	٠	١	٠	١	١
١٠	١	١	٠	٢	٤
١١	١	٠	١	٢	٤
١٢	١	١	١	٣	٩
$س_{.ل}$	١٠	٧	٧	٢٤	٥٦
$س^{٢}_{.ل}$	١٠٠	٤٩	٤٩	١٩٨	

$$\text{ص} = (\text{٣}-\text{١}) \times \frac{\text{٣}\,(\text{١٩٨}) - \text{٢٤}^{\text{٢}}}{\text{٣}\,(\text{٢٤}) - \text{٥٦}} = \text{٢,٢٥}$$

$$\text{كا}^{\text{٢}}_{\text{٢}}\ (\text{٠,٩٥}) = \text{٥,٩٩١}$$

وبذلك لا نستطيع رفض فرض العدم والذي يقضي بأن أنواع العلاج الثلاثة على نفس الدرجة من الفعالية .

تطبيق (٤-٣٣)

لتحديد أفضل طريقة لعرض الدروس قام أحد المدرسين بعضر الثلاث طرق المتاحة على عينة من الطلبة . وقد تم جمع البيانات عن كل طريقة [فهم (١) ، لم يفهم (٠)] والبيان التالي يعرض النتائج . والمطلوب إختبار ما إذا كان هناك فرق بين الطرق بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

الطالب	الطريقة			س ر	$س^{2}$ ر
	أ	ب	ج		
١	٠	٠	٠	٠	٠
٢	١	٠	١	٢	٤
٣	١	٠	١	٢	٤
٤	١	٠	١	٢	٤
٥	١	٠	٠	١	١
٦	١	١	١	٣	٩
٧	١	٠	١	٢	٤
٨	٠	٠	١	١	١
٩	٠	٠	٠	٠	٠
١٠	١	١	١	٣	٩
١١	١	١	١	٣	٩
١٢	١	٠	١	٢	٤
١٣	١	٠	١	٢	٤
١٤	١	٠	٠	١	١
١٥	١	٠	١	٢	٤
١٦	٠	٠	١	١	١
١٧	٠	٠	٠	٠	٠
١٨	١	٠	١	٢	٤
س ل	١٣	٣	١٣	٢٩	٦٣
$س^{2}$ ل	١٦٩	٩	١٦٩	٣٤٧	

$$\text{ص} = (٣-١) \times \frac{٣\,(٣٤٧) - ٨٤١}{٣\,(٢٩) - ٦٣} = ١٦,٦٦٧$$

$$\text{كا}^{٢}_{٢}\ (٠,٩٩) = ٩,٢١٠$$

نرفض فرض العدم ، ونقبل وجود إختلاف بين الطرق .

ملحوظة : مستوى المعنوية الحقيقي أقل من ٠,٠٠١ .

الباب الخامس

الإستقراء حول التشتت

التشتت يعد الخواص الهامة التي تكون دائماً محل إهتمام الباحث ، وعلى سبيل المثال فإن مشكلة التدريس لفصل متجانس في القدرات تختلف عنه في فصل آخر به خلافات كبيرة من الطلاب ، حتى ولو كان الفصلان متساويان في متوسط هذه القدرات .

كما أن هناك العديد من الأساليب الإحصائية لا يجوز تطبيقها إلا بعد توافر شروط معينة عن التباين أو التباينات في المجتمع محل الدراسة . ويتطلب الأمر إختبار مدى توفر هذه الشروط قبل تطبيق مثل هذه الأساليب ، مثال ذلك إختبار ت ، وإختبارات تحليل التباين .

ونعرض في الفصول القادمة مجموعة من أساليب الإستقراء الهامة تحت التقسيمات التالية :

- الإستقراء حول تباين المجتمع .
- مقارنة التشتت في مجتمعين .
- مقارنة التشتت في عدة مجتمعات .

٥ - ١ الإستقراء عن التباين

٥-١-١ إختبار الفرض حول تباين المجتمع

توجد حالات كثيرة يكون فيها الإهتمام نحو إختبار قيمة معينة لتباين المجتمع ، كحالات مراقبة جودة الإنتاج حيث يكون الإهتمام بأن تكون المنتجات

متجانسة من ناحية المواصفات [طول - عرض - قطر - وزن - ....] ولا يسمح فيها بأن يزيد التباين عن قيمة معينة .

فرض العدم :

ف. : $\sigma^2 = \sigma_0^2$

وهذا يكافئ تماماً إستخدام الصيغة $\sigma^2 \geq \sigma_0^2$ أو $\sigma^2 \leq \sigma_0^2$ على التوالي بالنسبة للفروض البديلة (أ) أو (ب) الموضحة أدناه .

الفرض البديل

وهو يأخذ أحد الصور التالية :

أ - ف١ : $\sigma^2 < \sigma_0^2$

ب - ف١ : $\sigma^2 > \sigma_0^2$

جـ - ف١ : $\sigma^2 \neq \sigma_0^2$

إحصاء الإختبار :

$$ص = \frac{(ن - ١) ع^2}{\sigma_0^2} \qquad (٥-١)$$

حيث ن حجم العينة ، $ع^2$ تقدير العينة لتباين المجتمع (٣-٦) .

توزيع المعاينة

بإفتراض أن المعاينة عشوائية وأن توزيع المجتمع طبيعي فإن الإحصاء (٥-١) يتبع توزيع $كا^{٢}$ بدرجات حرية ن - ١ حيث ن حجم العينة .

قاعدة القرار

بمستوى معنوية ـ نرفض فرض العدم إذا وقعت قيمة ص في منطقة الرفض وهي تختلف حسب الفرض البديل كما يلي :

أ - ص > $كا^{٢}_{ن - ١}$ (١ - ـ) (٥-٢)

ب - ص < $كا^{٢}_{ن - ١}$ (ـ) (٥-٣)

جـ - ص > $كا^{٢}_{ن - ١}$ (١- ـ/٢) (٥-٤)

أو ص < $كا^{٢}_{ن - ١}$ (ـ/٢) (٥-٥)

تطبيق (٥-١)

ماكينة تنتج إحدى قطع الغيار بقطر قدره ٢/١ بوصة ويتبع التوزيع الطبيعي تباينه ٠,٠٠٠٤٢ . يوجد إدعاء من أحد المنتجين بتقديم ماكينات جديدة تنتج بنفس المواصفات ولكن تشتت أقل . وقد تقرر شراؤها في حالة التحقق من صحة الفرض بمستوى معنوية ٥ ٪ بأن التباين أقل . تم إنتاج عينة حجمها ٢٥ وحدة بإستخدام الماكينات الجديدة وقد وجد أن تباين العينة قدره ٠,٠٠٠٢٨ . فما هو القرار بشأن شراء الآلات .

الحل :

$ف_{.}$: $\sigma^{٢} = ٠,٠٠٠٠٤٢$

$ف_{١}$: $\sigma^{٢} > ٠,٠٠٠٠٤٢$

بإستخدام الصيغة (٥-١)

$$ص = \frac{(٠,٠٠٠٠٢٨)(١ - ٢٥)}{٠,٠٠٠٠٤٢} = ١٦$$

$$كا^{٢}_{٢}\ (٠,٠٥) = ١٣,٨٤٨$$

وبذلك لا نستطيع رفض فرض العدم ، وبالتالي فإن القرار هو عدم شراء الماكينات الجديدة .

٥-١-٢ تقدير تباين المجتمع

كما سبق عرضه ، فإن الإحصاء (٥-١) بشروط عينة يتبع توزيع $كا^{٢}$ بدرجات حرية ن - ١ . وعلى ذلك فإنه يمكن تقدير تباين المجتمع (أو إنحرافه المعياري) بمستوى ثقة ١ - مـ بإستخدام الصيغة :

$$ح\ [\ كا^{٢}_{ن-١}\ (١- مـ/٢) > \frac{(ن - ١)ع^{٢}}{\sigma^{٢}} > كا^{٢}_{ن-١}\ (مـ/٢)\ ] = ١- مـ \quad (٥-٦)$$

ومن ذلك يمكن الحصول على الصيغة التالية :

$$\text{ح}\left[\frac{\text{ع}^{2}\,(\text{ن}-1)}{\text{كا}^{2}_{\text{ن}-1}\,(\text{م}/2)} > \sigma^{2} > \frac{\text{ع}^{2}\,(\text{ن}-1)}{\text{كا}^{2}_{\text{ن}-1}\,(1-\text{م}/2)} \right] = 1-\text{م} \qquad (٥-٧)$$

وبأخذ الجذر التربيعي في الصيغة أعلاه ، نحصل على تقدير للإنحراف المعياري بفترة ثقة ١- م كما يلي :

$$\text{ح}\left[\sqrt{\frac{\text{ع}^{2}\,(\text{ن}-1)}{\text{كا}^{2}_{\text{ن}-1}\,(\text{م}/2)}} > \sigma^{2} > \sqrt{\frac{\text{ع}^{2}\,(\text{ن}-1)}{\text{كا}^{2}_{\text{ن}-1}\,(1-\text{م}/2)}} \right] = 1-\text{م} \qquad (٥-٨)$$

تطبيق (٥-٢)

سحبت عينة عشوائية حجمها ٢٥ وكان أفضل تقدير للتباين هو ٧٥ . أوجد ٩٥ ٪ فترة ثقة لتقدير كل من تباين المجتمع وإنحرافه المعياري .

الحل :

حدي الثقة : من الصيغة (٥-٧)

$$\frac{٢٤\,(٧٥)}{\text{كا}^{2}_{٢٤}\,(٠,٠٢٥)} \geq \sigma^{2} \geq \frac{٢٤\,(٧٥)}{\text{كا}^{2}_{٢٤}\,(٠,٩٧٥)}$$

$$\frac{١٨٠٠}{٣٩,٣٦} \leq \sigma^{٢} \leq \frac{١٨٠٠}{١٢,٤٠}$$

$$٤٥,٧ \leq \sigma^{٢} \leq ١٤٥,٢$$

حدي الثقة للإنحراف المعياري (٥-٨)

$$٦,٧٦ \leq \sigma \leq ١٢,٠٥ .$$

٥ - ٢ مقارنة التشتت في مجتمعين : بيانات مستقلة

٥-٢-١ إختبار - ف

توجد حالات بحثية يشترط أسلوب حلها ضرورة تساوي تبايني المجتمع محل الدراسة ، كما في حالة إختبار ت - فيشر (٣-٣-٢) .

وهذا القسم يعرض إجراءات إختبار ف ويسمى أحياناً نسبة التباين - والغرض منه إختبار تساوي تباينين $\sigma_{١}^{٢}$ ، $\sigma_{٢}^{٢}$ من مجتمعين ١ ، ٢ يتبعان التوزيع الطبيعي، وذلك من عينتين مستقلتين حجمها $ن_{١}$ ، $ن_{٢}$ على الترتيب.

فرض العدم :

$$ف_{١} : \sigma_{١}^{٢} = \sigma_{٢}^{٢}$$

أو $[\ \sigma_{١}^{٢} / \sigma_{٢}^{٢} = ١\ ]$

وهذا يكافئ إستخدام الصيغة $\sigma_{١}^{٢} \geq \sigma_{٢}^{٢}$ أو $\sigma_{١}^{٢} \leq \sigma_{٢}^{٢}$ على التوالي بالنسبة للفروض البديلة (أ) أو (ب) الموضحة أدناه .

الفرض البديل

أ - ف١ : $\sigma_1^2 < \sigma_2^2$

أو [$\sigma_1^2 / \sigma_2^2 < 1$]

ب - ف١ : $\sigma_1^2 > \sigma_2^2$

أو [$\sigma_1^2 / \sigma_2^2 > 1$]

جـ - ف١ : $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

أو [$\sigma_1^2 / \sigma_2^2 \neq 1$]

إحصاء الإختبار

$$ص = \frac{ء_1^2}{ء_2^2} \qquad (٥-٩)$$

حيث ء$_1^2$ (ء$_2^2$) هو تقدير العينة لتباين المجتمع σ_1^2 (σ_2^2) ويحسب بالصيغة (٣-٦) .

توزيع المعاينة

الإحصاء (٥-٩) أعلاه يتبع توزيع* ف بدرجات حرية ن$_1$ - ١ ، ن$_2$ - ١ . والجداول الإحصائية المرفقة (جدول ٤) يعرض بعض القيم الحرجة .

(*) لمزيد من التفاصيل عن توزيع ف راجع الجزء الأول القسم (٢-٤-٧) .

قاعدة القرار

بمستوى معنوية م نرفض فرض العدم إذا وقعت قيمة ص في منطقة الرفض وهى تختلف حسب الفرض البديل :

أ - ص > ف$_{\text{ن}_1-1،\ \text{ن}_2-1}$(١- م) (٥-١٠)

ب - ص < ف$_{\text{ن}_1-1،\ \text{ن}_2-1}$(١- م) (٥-١١)

جـ - ص > ف$_{\text{ن}_1-1،\ \text{ن}_2-1}$(١- م/٢) (٥-١٢)

أو ص > ف$_{\text{ن}_1-1،\ \text{ن}_2-1}$(١- م/٢) (٥-١٣)

ملاحظات : بعض القيم الغير موجودة بالجداول الإحصائية ، يمكن الحصول عليها من العلاقة .

ف$_{\text{د}_1،\ \text{د}_2}$(د) = ١ / ف$_{\text{د}_2،\ \text{د}_1}$(١-د) (٥-١٤)

تطبيق (٥-٣)

مجموعتان من الطلبة يدرسون مادة الإحصاء بطريقتين مختلفتين ، غير أن الإختبار واحد . سحبت عينة حجمها ٦١ من المجتمع الأول ، ١٢١ من المجتمع الثاني فوجد أن تباين درجات الإختبار في العينتين ١٠٠ ، ٢٢٥ ، على الترتيب والمطلوب إختبار فرض تساوي التشتت بين الطلبة مع الطريقتين ، وذلك بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

الحل :

ف. : $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

ف١ : $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

$$ص = \frac{١٠٠}{٢٢٥} = ٠,٤٤٤$$

من الجداول الإحصائية جدول ٤ نجد أن :

$ف_{.٦، .١٢}(٠,٩٧٥) = ١,٥٣$

$ف_{.٦، .١٢}(٠,٠٢٥) = ١/ف_{.١٢، .٦}(٠,٩٧٥)$

(من الصيغة ٥-١٤)

$= ١,٥٨/١ = ٠,٦٣٣$

منطقة الرفض : ص > ١,٥٣ أو ص < ٠,٦٣٣ .

وحيث أن ص تقع في منطقة الرفض - نرفض فرض تساوي التشتت في الطريقتين .

تطبيق (٥-٤)

في دراسة لمقارنة كفاءة نوعين من طرق التخدير على أساس الوقت اللازم لتخدير المرضى ، تم تطبيق كل نوع على عينة عشوائية حجمها ١٣ مريضاً وكان تباين النسبة الأولى ٦٤ والثانية ١٦ والمطلوب إختبار فرض أن التشتت بالعينة الأولى أكبر من الثانية بمستوى معنوية ٥ ٪ .

الحل :

$$ف_. : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$ف_1 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$$

$$ص = \frac{ع_1^2}{ع_2^2} = \frac{٦٤}{١٦} = ٤$$

$$ف_{١٢،١٢}(٠,٩٥) = ٢,٦٩$$

نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل .

٥-٢-٢ إختبار مود

قدمه مود Mood عام ١٩٥٤ لإختبار تساوي التشتت في مجتمعين .

الإفتراضات

١ - عينتان عشوائيتان $س_1$ ، $س_2$ ، ...... $س_ن$ ، $ص_1$ ، $ص_2$ ، ..... $ص_ن$ ، من المجتمعان ١ ، ٢ على التوالي ، $ن_1 > ن_2$.

٢ - العينتان مستقلتان .

٣ - توزيعا المجتمعان مستمراً .

٤ - مستوى القياس ترتيبي .

٥ - المجتمعان متماثلان (فيما عدا تساوي التشتت) .

فرض العدم :

ف. : $\sigma_1 = \sigma_2$

والمقصود بالرمز هنا إعتباره مقياس عام للتشتت وليس الإنحراف المعياري فقط .

وهذا الفرض يرادف إستخدام الصيغة $\sigma_1 \geq \sigma_2$ أو $\sigma_1 \leq \sigma_2$ على التوالي بالنسبة للفروض البديلة (أ) أو (ب) الموضحة أدناه .

الفرض البديل : واحد مما يلي :

أ - ف١ : $\sigma_1 < \sigma_2$

ب - ف١ : $\sigma_1 > \sigma_2$

جـ - ف١ : $\sigma_1 \neq \sigma_2$

إحصاء الإختبار

$$ص = \sum_{ل=1}^{ن_1} \left(ر_ل - \frac{ن + 1}{2} \right)^2 \qquad (5-15)$$

حيث رل هى رتبة المشاهدة رقم ل في قيم س (العينة الصغيرة) وذلك في مجموعة الرتب المشتركة لكلا المتغيران ، $ن = ن_1 + ن_2$.

وتوجد جداول خاصة لهذا الإحصاء . وإذا كانت حجوم العينات كبيرة (ن ≤ ٢٠) يمكن إستخدام التوزيع الطبيعي وذلك للإحصاء :

$$ط = \frac{ص - \bar{ص}}{\sigma_{ص}} \qquad (٥-١٦)$$

حيث :

$$\bar{ص} = ن_{١} \, (ن^{٢} - ١) \, / \, ١٢ \qquad (٥-١٧)$$

$$\sigma^{٢}_{ص} = ن_{١} ن_{٢} \, (ن + ١) \, (ن^{٢} - ٤) \, / \, ١٨٠ \qquad (٥-١٨)$$

القيم المكررة :

عندما يكون $ن_{١}$ صغيرة ، فإن التكرارات تؤثر على قيمة ص ولكن إذا كانت الحجوم $ن_{١}$ ، ن كبيرة مع وجود عدد قليل من التكرارات فإنه يمكن حذف القيم المكررة .

تطبيق (٥-٥)

في دراسة للمرضى بإحدى المستشفيات تم تسجيل البيانات التالية وهى من عينتان من الرجال والنساء المرضى بمرض معين والبيانات تمثل فترة العلاج بالمستشفى والمطلوب إختبار فرض تساوي التشتت في فترة العلاج بمستوى معنوية ١ ٪ .

نساء	٣٠	١٣	١٤	٢٢	٢٤	٧	١٩	٥	٢٠	٩	
رجال	٢٥	١١	٦	٨	١٢	٢٨	١٠	١٧	٢٣	١٦	٢٧

الحل :

نرتب فترة العلاج لكل المرضى ترتيباً تصاعدياً ونعطي لكل منها رتبة ١ ، ٢ ، ٣ ، ..... وفيما يلي الرتب لكل مجموعة .

نساء	١	١٠	١١	١٦	١٨	٤	١٤	٢	١٥	٦	
رجال	١٩	٨	٣	٥	٩	٢١	٧	١٣	١٧	١٢	٢٠

ص =$(١-١١)^٢$+$(١٠-١١)^٢$+ .... +$(٦-١١)^٢$ = ٣٥٥   (٥-١٥)

$\bar{ص}$ = ١٠($٢١^٢$ - ١)/١٢ = ٣٦٦,٦٦٧   (٥-١٧)

$\sigma^٢_{ص}$ = ١٠(١١)(٢١+١)($٢١^٢$-٤)/١٨٠= ٥٨٧٥,٢٢٢   (٥-١٨)

$\sigma_{ص}$ = $\sqrt{٥٨٧٥,٢٢٢}$ = ٧٦,٦٥٠

ط = (٣٥٥ - ٣٦٦,٦٧) / ٧٦,٦٥٠ = - ٠,١٥٢   (٥-١٦)

منطقة الرفض ١,٩٦ < ط < - ١,٩٦

إذن لا نستطيع رفض فرض العدم ، والذي يقضي بتساوي تشتت فترة العلاج بين النساء والرجال .

٥ - ٣ مقارنة التشتت في مجتمعين : بيانات مرتبطة

توجد حالات بحثية تكون فيها البيانات محل المقارنة مرتبطة ، ومن الأمثلة على ذلك حالة المجموعات المتناظرة matched وحالة إستخدام العينة الواحدة والحصول منها على قيمتين في مناسبتين مختلفتين ، وكما سبق تفصيله في القسم (٣-٢-١) .

في هذه الحالة يكون هناك إرتباط بين التباينين ، وبالتالي لا نستطيع تطبيق إختبار - ف ، وفيما يلي إجراءات الإختبار المناسب لهذه الحالة ، وهى تشابه الحالة المعروضة في إختبار ف بالإضافة إلى كون البيانات مرتبطة ، وأن حجم العينة (ن) في المجموعتين .

الفروض :

كما هى في إختبار ف .

إحصاء الإختبار :

$$\text{ص} = \frac{(\text{ء}_{١}^{٢} - \text{ء}_{٢}^{٢})\sqrt{\text{ن} - ٢}}{٢\,\text{ء}_{١}\,\text{ء}_{٢}\sqrt{١ - \text{ر}^{٢}}} \qquad (٥-١٩)$$

حيث :

ر معامل إرتباط بدون بين المتغيرين ، ويحسب بالصيغة (١-٦) ، $\text{ء}_{١}^{٢}$ ، $\text{ء}_{٢}^{٢}$ تقديراً التباين في المجتمعان .

والصيغة أعلاه ترادف تماماً الصيغة السهلة التالية :

$$ص = \frac{(\text{مجـ}س_1^2 - \text{مجـ}س_2^2)\sqrt{ن - م}}{2\sqrt{\text{مجـ}س_1^2 \; \text{مجـ}س_2^2 - (\text{مجـ}س_1 س_2)^2}} \quad (5-20)$$

حيث تمثل س إنحرافات القيم من متوسطها الحسابي .

توزيع المعاينة

الإحصاء (٥ - ١٩) يتبع التوزيع ت بدرجات حرية ن - ٢ .

تطبيق (٥-٦)

في دراسة تحليلية لنتائج الإختبارات تم سحب عينة من ١٣ طالب وتم تسجيل معدلهم التراكمي مقارناً بمعدلهم في العام السابق . وتم إعداد المؤشرات التالية :

	العام الأول	العام الثاني
المتوسط	٥١	٤٢
التباين	١٦٥	٣٦
معامل الإرتباط	٠,٤٧	

والمطلوب إختبار فرض تساوي التشتت بين الطلاب في العامين بمستوى معنوية ١ ٪ .

الحل :

$$ص = \frac{(١٦٥ - ٣٦)\sqrt{١٣ - ٢}}{٢\sqrt{١٦٥}\sqrt{٣٦}\sqrt{١ - (٠,٤٧)^{٢}}} = ٣,١٤٥$$

$$ت_{١١}(٠,٩٩٥) = ٣,١٠٦$$

نرفض فرض تساوي التشتت بين الطلبة في العامين .

ملحوظة : إن تطبيق إختبار ف على هذه الحالة يعطي نتيجة مخالفة للنتيجة أعلاه ، وبالتالي لا يعتبر صحيحاً حيث أنه يفترض أن الدرجات مستقلة في العامين ، وكما يتضح مما يلي :

$$ص = \frac{ع_{١}^{٢}}{ع_{٢}^{٢}} = \frac{١٦٥}{٣٦} = ٤,٥٨ \qquad (٥-٩)$$

$$ف_{١٢،١٢}(٠,٩٩٥) = ٤,٩١$$

وبالتالي نقبل فرض تساوي التشتت .

٥ - ٤ مقارنة التشتت في عدة مجتمعات

في هذا الفصل نقدم عدد من الإختبارات الخاصة بمقارنة التشبب (التباين) في عدة مجتمعات . وهذه الإختبارات يطلق عليها إختبارات تجانس التباينات Homogenity أو إختبارات عدم التجانس Heterogeneity . والفرض المطلوب إختباره هو :

$$ف_. : \sigma^{٢}_{١} = \sigma^{٢}_{٢} = \dots\dots\dots = \sigma^{٢}_{م} = \sigma^{٢}$$

ويوجد عدد كبير من الإختبارات تستخدم لهذا الغرض منها .

١ - إختبار هارتلي Hartley ١٩٥٠ .

٢ - إختبار كوكران Cochran ١٩٤١ .

٣ - إختبار بارتلت Bartlett ١٩٣٧ .

٤ - إختبار بوكس Box ١٩٥٣ .

٥ - إختبار ليڤين Levene ١٩٦٠ .

٦ - إختبار Jacknife ١٩٥٨ .

ونعرض فيما يلي الإختبارات الثلاث الأولى ، وهى شائعة الإستخدام ، غير أنها حساسة إزاء شرط التوزيع الطبيعي وفي حالة عدم توفر شرط التوزيع الطبيعي يفضل إستخدام الإختبارات الأخرى .

٥-٤-١ إختبار هارتلي

قدمه هارتلي Hartley عام ١٩٥٠ ويسمى أيضاً إختبار $ف_{الكبري}$ Fmax.

إحصاء الإختبار :

$$ص = \frac{ع_{ر}^{2}}{ع_{ل}^{2}} \qquad (٥-٢١)$$

حيث :

$ع_{ر}^{2}$ أكبر تباين في المجموعات

$ع_{ل}^{2}$ أقل تباين في المجموعات

توزيع المعاينة

الإحصاء عالية لا يتبع توزيع ف العادي ، بل يتبع توزيع خاص يسمى توزيع إحصاء هارتلي أو توزيع ف الكبرى (فـأ) بدرجات حرية م ، ن حيث م عدد المجموعات ، ن عدد المشاهدات بكل مجموعة .

وتوجد جداول خاصة لهذا التوزيع ، وكنموذج لها (جدول - ٢٠) بالجداول الإحصائية المرفقة :

قاعدة القرار :

بمستوى معنوية هـ نرفض فرض تساوي التباينات إذا كان :

$$ص > فـأ\,(م\,،\,ن)^{(هـ)}$$

تطبيق (٥-٧)

في دراسة مقارنة لثلاث أنواع من التغذية لتسمين الأغنام تم تخصيص ٩ من الأغنام لكل منها عشوائياً وسجلت الزيادة في الوزن . والمطلوب إختبار فرض تساوي التباينات بمستوى معنوية ١ ٪ إذا علم أن تباين العينات المختلفة كان كما يلي ٥ ، ٨ ، ١٠ .

الحل :

$$ص = \frac{١٠}{٥} = ٢$$

وفي جدول (٢٠) ومراعاة م = ٣ ، ن = ٩ ، هـ = ٠,٠١ .

نجد أن $ف_{أ(٣،٩)}(٠,٠١) = ٨,٥$

أي لا يوجد دليل على وجود إختلاف في التباين بين أنواع التغذية .

٥-٤-٢ إختبار كوكران*

قدمه كوكران Cochran عام ١٩٤١ ، وهو معد لمعالجة الحالات التي يكون فيها أحد التباينات أكبر بكثير من التباينات الأخرى إذ أن هذه الحالة يكون لها تأثير سلبي على صلاحية تحليل التباين .

(*) يسمى Cochran'c Test تمييزاً له عن إختبار كوكران لمقارنة النسب المرتبطة (القسم ٤-٥-٣) حيث يطلق عليه Cochran's Q Test .

إحصاء الإختبار :

$$ص = \frac{ع_{ر}^{2}}{مجـ ع^{2}} \qquad (٥-٢٢)$$

حيث $ع_{ر}^{2}$ هو أكبر تباين في المجموعات

توزيع المعاينة :

الإحصاء ص بعاليه يتبع توزيع خاص يسمى توزيع إحصاء كوكران ($ك_{م،ن}$) – ولهذا التوزيع جداول لتسهيل الحصول على القيم الحرجة ، انظر جدول – ٢١ بالجداول الإحصائية المرفقة ، وهى تعرض المئينات ٩٥ ، ٩٩ ، ولحالة تساوي درجات الحرية (د) للتباينات في كل المجموعات .

قاعدة القرار :

بمستوى معنوية مـ نرفض فرض تساوي التباينات إذا كان :

$$ص > ك_{م،د}(١ - مـ)$$

تطبيق (٥-٨)

استخدم إختبار كوكران لإجابة المطلوب في التطبيق (٥ – ٧) .

الحل :

$$ص = \frac{١٠}{٥ + ٨ + ١٠} = ٠,٤٣٥$$

من جدول ٢١ ، $ك_{٣،٨}$(٠,٩٩) = ٠,٦٣٣٣ .

وبذلك لا نستطيع رفض فرض تساوي التباينات في المجموعات الثلاث .

٥-٤-٣ إختبار بارتلت

قدمه بارتلت Bartlett عام ١٩٣٧ ، ويطلق عليه أيضاً إختبار $كا^{٢}$ - لتجانس التباينات .

إحصاء الإختبار

ص = ص / ت (٥-٢٣)

حيث :

ص الإحصاء المصحح Corrected Statistic

ص الإحصاء غير المصحح

ص = ٢,٣٠٢٦ (لو $\bar{ع}^{٢}$ مجـ د - مجـ د لو $ع^{٢}$) (٥-٢٤)

$\bar{ع}^{٢}$ = مجـ د $ع^{٢}$ / مجـ د (٥-٢٥)

لو تعني اللوغاريتم للأساس ١٠

ت = ١ + (مجـ ١/د - ١/مجـ د) / ٣ (م - ١) (٥-٢٦)

والمقدار (ت) هو معامل التصحيح ويقترب من الواحد الصحيح ويمكن تجاهله إلا في الحالات التالية :

١ - عندما تقع قيمة الإحصاء غير المصحح أعلى بقليل من القيمة الحرجة.

٢ - عندما يراد الحصول على تقدير دقيق عن مستوي المعنوية الحقيقي .

وفي حالة تساوي حجوم العينات في المجموعات تصبح المقادير ص ، $ع^٢$ ، ت كما يلي :

ص = ٢,٣٠٢٦ د (م لو $ع^{-٢}$ - مجـ لو $عـ^٢$) (٥-٢٧)

$عـ^{-٢}$ = مجـ $عـ^٢$ / م (٥-٢٨)

ت = ١ + (م + ١) / ٣ دم (٥-٢٩)

توزيع المعاينة

الإحصاء ص أعلاه يتبع توزيع $كا^٢$ بدرجات حرية م - ١ .

قاعدة القرار

بمستوى معنوية مـ نرفض فرض تساوي التباينات إذا كان :

$$ص > كا^{٢}_{م-١} (١- مـ)$$

تطبيق (٥-٩)

في أحد البحوث الزراعية تم إجراء تجربة لإنتاج الأرز تحت ثلاث معاملات مختلفة لدرجة الحرارة وكان حجم العينة المستخدم في كل معاملة ٢٠ وقد تم قياس الناتج ويتمثل في إرتفاع النبات بالسنتيمتر . والمطلوب إختبار فرض تساوي التباينات بمستوى معنوية ٥ ٪ علماً بأن التباين المحسوب من العينات كان على التوالي ١١,٥ ، ١٧,٧ ، ١٠,١ .

الحل :

درجات الحرية د = ٢٠ - ١ متساوية في كل المجموعات ، لذا نستخدم الصيغ (٥-٢٧) إلى (٥-٢٩)

ع‾^٢ = (١١,٥ + ١٧,٧ + ١٠,١) / ٣ = ١٣,١

ص = ٢,٣٠٢٦(١٩)[٣ لو١٣,١-(لو١١,٥+لو١٧,٧+ لو ١٠,١)]

٢,٣٠٢٦ (١٩)[٣ (١,١١٧) - ١ ٠٦١,) +١,٢٤٨ +

١,٠٤)] = ١,٦٦٢

وبالرجوع لجدول - ٥ بالجداول الإحصائية المرفقة نجد أن كا$^{٢}_{٢}$ (٠,٩٥) = ٥,٩٩١ وبذلك لا نستطيع رفض فرض العدم (التباينات متساوية) .

تطبيق (٥-١٠)

في تجربة لمقارنة أربعة طرق لتدريب العمال ، تم الحصول على البيانات التالية وهى تمثل إنتاج العمال في كل عينة . والمطلوب إختبار فرض تجانس التباينات في المجموعات بمستوى معنوية ٥ ٪ .

المجموعة (١)	٦٠	٦٩	٧٨	٥٢	٦٣	٤٥	٥٠	٣٥
المجموعة (٢)	٤٦	٤٢	٣٣	٤٧	٥٠			
المجموعة (٣)	٣٩	٤٢	٥١	٥٧	٧٥			
المجموعة (٤)	٤٩	٤٨	٦٧	٧٥	٥٣	٣٣		

الحل :

المجموعة	د	$ع^2$	د $ع^2$	لو $ع^2$	د لو $ع^2$	١/د
١	٧	١٩٠,٠	١٣٣٠,٠	٢,٢٧٨٧٥	١٥,٩٥١٢٥	٠,١٤٢٨
٢	٤	٤٣,٣	١٧٣,٢	١,٦٣٦٤٩	٦,٥٤٥٩٦	٠,٢٥٠
٣	٤	٢٠٥,٢	٨٢٠,٨	٢,٣١٢١٨	٩,٢٤٨٧٢	٠,٢٥
٤	٥	٢٢٢,٦	١١١٣,٠	٢,٣٤٧٥٣	١١,٧٣٧٦٥	٠,٢
	٢٠		٣٤٣٧		٤٣,٤٨٣٥٨	٠,٨٤٢٨

$\bar{ع}^2$ = ٣٤٣٧ / ٢٠ = ١٧١,٨٥

ص = ٢,٣٠٢٦ (لو ١٧١,٨٥ مجـ د − ٤٣,٤٨٣٥٨)

= ٢,٣٠٢٦ (٢,٢٣٥١٥)_(٢٠) − ٤٣,٤٨٣٥٨) = ٢,٨٠٨

من جدول ٥ نجد أن : $كا^2_3$ (٠,٩٥) = ٧,٨١٥

وبذلك لا نستطيع رفض فرض تساوي التباينات .

ملحوظة : بهذه النتائج لا يوجد مبرر لإستخدام معامل التصحيح (٥-٢٦) غير أننا سنجري التصحيح لإستكمال خطوات الحساب في الحالات التي تتطلب ذلك .

ت = ١ + (٠,٨٤٢٨ − ١ / ٢٠) / ٣ (٤ − ١) = ١,٠٨٨

ص = ٢,٨٠٨ / ١,٠٨٨ = ٢,٥٨١

الباب السادس

الإستقراء حول معاملات الإرتباط

نعرض في هذا الباب مجموعة من أساليب الإستقراء حول معاملات الإرتباط وهى مقسمة تبعاً لما يلي :

١ - الهدف من الإستقراء : إختبار فرض أو تقدير .

٢ - مستوى القياس للمتغيرات .

٣ - عدد المعاملات محل الإستقراء .

٦-١ الإستقراء حول معامل إرتباط وحيد

٦-١-١ الإرتباط بين متغيران كميان

نعرض فيما يلي إجراءات إختبار الفرض حول معامل إرتباط المجتمع (ر) ويلي ذلك إجراءات تقدير معامل الإرتباط في المجتمع .

٦-١-١-١ إختبار بيرسون

هذا الإختبار موجه لإختبار فرض الإستقلال أو عدم وجود إرتباط وهذا الفرض يكون محل إهتمام الكثير من الباحثين خاصة في البحوث الإستكشافية أو الإستطلاعية . ويعتبر هو الإختبار الأصلي Exact حيث يستخدم توزيع معامل إرتباط بيرسون .

الإفتراضات :

١ - عينة عشوائية من الأزواج (س ، ص) .

٢ - المتغيران (س ، ص) يتبعان التوزيع الطبيعي الثنائي bivariate normal .

الفروض :

ف. : ر = صفر

ف١ : (أ) ر > صفر أو

(ب) ر < صفر أو

(جـ) ر ≠ صفر

إحصاء الإختبار

ص = ر (٦-١)

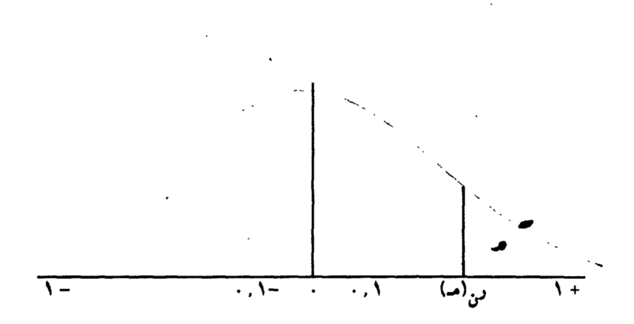
وهو معامل إرتباط* بيرسون (ر) المحسوب من العينة كما هو موضح بالصيغة (١-٦) .

توزيع المعاينة :

الإحصاء (ر) له توزيع معاينة خاص يسمى توزيع معامل إرتباط بيرسون وبإعتبار الفرض بأنه معامل الإرتباط في المجتمع ر = صفر يكون هذا التوزيع

(*) لمزيد من التفاصيل راجع كتاب الإحصاء ووصف البيانات ، للمؤلف .

متماثلاً ويبدو شكله كما يلي ، وذلك لحجم عينة معين (ن) .



وهذا التوزيع له جداول خاصة (جدول - ١٥) بالجداول الإحصائية المرفقة - وهو يعرض القيم الحرجة عند مستويات المعنوية (هـ) ٠,٠٥ ، ٠,٠٢٥ ، ٠,٠٠٥ .

قاعدة القرار :

بإعتبار أن مستوى المعنوية (هـ) ، نرفض فرض العدم حسب القواعد التالية وهى تختلف تبعاً للفرض البديل :

(أ) نرفض إذا كان : ر > رن (هـ)

(ب) نرفض إذا كان : ر < -رن (هـ)

(ج) نرفض إذا كان : | ر | > رن (هـ/٢)

والصيغة الأخيرة تكافئ الرفض في حالة :

$ر > ر_ن (م/٢)$

أو $ر < - ر_ن (م/٢)$

تطبيق (٦-١)

في دراسة للعلاقة بين الأجر والإنتاج قام أحد الباحثين بسحب عينة عشوائية من العمال حجمها ٣٠ ووجد أن معامل إرتباط بيرسون ٠,٣٢ والمطلوب إختبار الفرض بعدم وجود إرتباط بين المتغيرين في المجتمع وذلك بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

الحل :

$ف_٠$: ر = صفر

$ف_١$: ر ≠ صفر

من جدول ١٥ نجد أن $ر_{٣٠}$(٠,٠٢٥) = ٠,٣٦١

وحيث أن ر = ٠,٣٢ إذن لا نستطيع رفض فرض العدم والذي يقضي بعدم وجود إرتباط بين المتغيرين .

تطبيق (٦-٢)

بإستخدام البيانات الواردة في التطبيق السابق ، المطلوب إختبار فرض عدم وجود إرتباط - إذا كان الباحث يفترض وجود إرتباط طردي .

الحل :

$ف_{.} : ر = صفر \text{ ، } ف_{1} : ر > صفر$

الإختبار في هذه الحالة يعتبر في جانب واحد ، - بالرجوع لجدول - ١٥ نجد أن $ر_{.٣}(٠,٠٥) = ٠,٣٠٦$.

وحيث أن ر المحسوبة من العينة ٠,٣٢ لذا نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل والذي يقضي بوجود معامل إرتباط طردي ين الأجر والإنتاج .

إختبار ت

يمكن أيضاً إختبار فرض الإستقلال أو عدم وجود إرتباط بالإجراءات التالية :

إحصاء الإختبار :

$$ص = ر \sqrt{\frac{ن - ٢}{١ - ر^{٢}}} \qquad (٦-٢)$$

توزيع المعاينة :

الإحصاء أعلاه يتبع توزيع ت بدرجات حرية ن - ٢ وذلك بإفتراض أن س ، ص يتبعان التوزيع الطبيعي وأن ر = صفر .

قاعدة القرار :

نفس الإجراءات المستخدمة مع إختبار - ت والسابق عرضه في القسم (٣-١-٢-٢) .

تطبيق (٦-٣)

المطلوب إستخدام إختبار - ت - لإختبار الفرض الوارد بالتطبيق(٦-١) .

الحل :

$$ص = ٠,٣٢ \quad \sqrt{\frac{٣٠ - ٢}{١ - (٠,٣٢)^{٢}}} = ١,٧٨٧$$

$$ت_{٢٨}(٠,٩٧٥) = ٢,٠٤٨$$

لا نستطيع رفض فرض العدم والذي يقضي بعدم وجود إرتباط بين الأجر والإنتاج .

إختبار الفرض حول قيمة معامل الإرتباط

في حالة رفض فرض العدم ر = صفر فإن الإهتمام يتجه نحو فرض قيمة معينة ر. لمعامل الإرتباط . وفي هذه الحالة فإن توزيع (ر) لا يكون متماثلاً ويتم تحويله بإستخدام تحويل فيشر Fisher's transforation .

الفروض :

$ف_{.}$: ر = ر.

$ف_{١}$: ر > ر. أو

ر < ر. أو

ر ≠ ر.

إحصاء الإختبار

$$ص = \sqrt{ن - ٣}\ (\frac{١}{٢}\ لو\ \frac{١ + ر}{١ - ر} - \frac{١}{٢}\ لو\ \frac{١ + ر.}{١ - ر.}) \quad (٦-٣)$$

حيث لو هو اللوغاريتم الطبيعي أساسه ٢.٧١٨٣ ، ر ، ر. هى معامل الإرتباط المحسوب من العينة والمعامل المفترض على الترتيب ويمكن إختصار الصيغة أعلاه لتصبح :

$$ص = ١.١٥١٣ \sqrt{ن - ٣}\ لو\ (\frac{١ + ر}{١ - ر})(\frac{١ - ر.}{١ + ر.}) \quad (٦-٤)$$

حيث لو ترمز للوغاريتم المعتاد أساسه ١٠ .

توزيع المعاينة :

الإحصاء أعلاه يتبع التوزيع الطبيعي المعياري .

قاعدة القرار :

نفس الإجراءات المستخدمة مع الإختبار الطبيعي والسابق عرضه في القسم (٣-١-٢-١) .

تطبيق (٦-٤)

تدعي إحدى دور النشر بوجود إرتباط طردي قدره ٠,٦ على الأقل بين سعر الكتاب وعدد صفحاته . ولتأييد ذلك قامت بسحب عينة من ٢٨ كتاب ووجدت أن معامل الإرتباط ٠,٧ . والمطلوب إختبار فرض دور النشر بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

الحل :

$$ف_{.} : ر = ٠,٦$$

$$ف_{١} : ر > ٠,٦$$

$$ص = ١,١٥١٣ \sqrt{٢٨ - ٣} \; لو \frac{١ + ٠,٧}{١ - ٠,٧} \left(\frac{١ - ٠,٦}{١ + ٠,٦} \right) = ٠,٨٧١$$

ومن جدول التوزيع الطبيعي ، ط (٠,٩٥) = ١,٦٥

لا نستطيع رفض الفرض العدم .

٦-١-١-٣ تقدير معامل إرتباط بيرسون

يعتبر معامل إرتباط بيرسون المحسوب من العينة تقديراً بقيمة لمعامل الإرتباط بالمجتمع . وللحصول على تقدير بفترة بدرجة ثقة ١- م نستخدم الصيغة التالية ، وهى تعطي حدي الثقة (ر٢ ، ر١) لمعامل الإرتباط في المجتمع .

$$(ر_١ ، ر_٢) = ف^{-١} (ف(ر) \pm ط (١- م/٢) \sqrt{ن - ٣}) \qquad (٦-٥)$$

حيث : ف (س) هو مقدار تحويل فيشر للقيمة س ،

$ف^{-١}$ هى الدالة العكسية للدالة ف ،

$$ف(س) = ١,١٥١٣ \text{ لو } \frac{١ + س}{١ - س} \qquad (٦-٦)$$

حيث لو هو اللوغاريتم المعتاد ، أساسه ١٠

وهذه القيم يمكن الحصول عليها مباشرة من جدول - ١٤ (تحويل فيشر) .

تطبيق (٦-٥)

عينة عشوائية حجمها ١٢ سحبت من مجتمع يتبع التوزيع الطبيعي ، وبحساب معامل الإرتباط وجد أنه ٠,٦ . والمطلوب تقدير معامل الإرتباط في المجتمع بدرجة ثقة ٩٥ ٪ .

الحل :

نستخدم الصيغة (٦-٥)

حدي الثقة = ف$^{-١}$ (ف(٠,٦) ± ط (٠,٩٧٥) / √(١٢ - ٣))

= ف$^{-١}$ (٠,٦٩٣١ ± ١,٩٦ / ٣)

= ف$^{-١}$ (٠,٦٩٣١ ± ٠,٦٥٣)

= ف$^{-١}$ (١,٣٤٦ ، ٠,٠٤٠)

= (٠,٨٨ ، ٠,٠٤)

تطبيق (٦-٦)

بإستخدام البيانات الواردة بالتطبيق السابق ، المطلوب تقدير معامل الإرتباط ف المجتمع بمستوى ثقة ٩٥ ٪ إذا كان حجم العينة ٣٩ .

الحل :

حدي الثقة = ف$^{-١}$ (ف(٠,٦) ± ١,٩٦ / √(٣٩-٣))

= ف$^{-١}$ (٠,٩٦٣ ± ٠,٣٢٧)

= ف$^{-١}$ (١,٠٢٠ ، ٠,٣٦٦)

= (٠,٧٧ ، ٠,٣٥)

٦-١-٢ الإرتباط بين متغيران ترتبيان (إختبار سبيرمان)

قدمه سبيرمان عام ١٩٠٤ لإختبار فرض الإستقلال بين متغيرين .

الإفتراضات :

١ - عينة عشوائية حجمها ن من القيم لمتغير ثنائي (س ، ص) .

٢ - مستوى القياس ترتيبي .

الفروض :

نفس الفروض الواردة في إختبار بيرسون (٦-١-١-١) .

إحصاء الإختبار

ص = رَ (٦-٧)

وهو معامل إرتباط* سبيرمان المحسوب من العينة ، كما هو وارد في الصيغة (١-٧) .

توزيع المعاينة :

الإحصاء (رَ) أعلاه يتبع توزيع خاص (جدول - ١٦) يسمى توزيع معامل إرتباط سبيرمان .

(*) لمزيد من التفاصيل راجع كتاب الإحصاء ووصف البيانات ، للمؤلف .

مـ

رَن(مـ)

قاعدة القرار

نفس الإجراءات الموضحة في إختبار بيرسون ، بإستخدام ر بدلاً من ر .

القيود :

في حالة وجود قيود Ties أو قيم مكررة فإنه يلزم إستخدام معامل للتصحيح* ، ويمكن إهماله في حالة ما إذا كانت القيود قليلة .

إختبار ت

يمكن إستخدام إختبار – ت السابق تقديمه في القسم (٦-١-١-١) لإختبار فرض الإستقلال أو عدم وجود إرتباط وذلك بإستخدام ر بدلاً من ر ، وهذا الإختبار يعطي نتائج تقريبية ذلك لأن إفتراض التوزيع الطبيعي المطلوب في إختبار ت لا يتحقق بالنسبة للرتب ، وعلى أي حال فإن التقريب يكون كافياً إذا كان حجم العينة أكبر من ١٠ .

تطبيق (٦-٧)

في دراسة لأحوال الأسرة في أحد المجتمعات قام أحد الباحثين بسحب عينة من عشرة أسر ، وبحساب معامل إرتباط سبيرمان بين الحالة التعليمية للزوج والزوجة وجد أنه ٠,٨٣ والمطلوب إختبار فرض الباحث بوجود إرتباط طردي بين المتغيرين وذلك بمستوى معنوية ٥ ٪ .

الحل :

$ف_{٠}$: رَ = صفر

$ف_{١}$: رَ > صفر

من جدول - ١٦ نجد أن $رَ_{٠,١}$ (٠,٠٥) = ٠,٥٥٢

وحيث أن رَ المحسوبة ٠,٨٣ ، نرفض فرض العدم ونقبل فرض وجود إرتباط طردي بين الحالة التعليمية للزوج والزوجة .

تطبيق (٦-٨)

المطلوب حل السؤال السابق بإستخدام إختبار - ت .

الحل :

بإستخدام الصيغة (٦-٢) مع وضع رَ بدلاً من ر .

$$ص = ٠,٨٣ \sqrt{\frac{١٠ - ٢}{١ - (٠,٨٣)^{٢}}} = ٤,٢٠٩$$

من جدول – ٣ ، $ت_{٨}(٠,٩٥) = ١,٨٦٠$

وحيث أن قيمة ص أكبر من ١,٨٦٠ نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل .

٦-١-٣ الإرتباط بين متغيران ترتيبان (معامل جاما)

معامل جاما تم عرضه بإختصار* في الباب الأول .

٦-١-٣-١ إختبار جاما

يستخدم لإختبار الفرض بأن معامل الإرتباط في المجتمع يساوي قيمة معينة .

الإفتراضات :

١ – عينة عشوائية بسيطة .

٢ – مستوى القياس ترتيبي .

الفروض :

$ف_{٠}$: $جا = جا_{٠}$

$ف_{١}$: $جا > جا_{٠}$ أو

$جا < جا_{٠}$ أو

$جا \neq جا_{٠}$

(*) لمزيد من التفاصيل والتطبيقات راجع كتاب الإحصاء ووصف البيانات، للمؤلف.

إختبار الإختبار

$$\text{ص} = (\text{جا} - \text{جا}_{٠}) \sqrt{\frac{\text{أ} + \text{خ}}{\text{ن} \, (١ - \text{جا}^{٢})}} \qquad (٦-٨)$$

وهذه الصيغة قدمها العالمان جودمان وكروسكال عام ١٩٦٣ .

توزيع المعاينة

الإحصاء أعلاه يتبع تقريباً التوزيع الطبيعي المعياري ، ويكون التقريب كافياً إذا كان حجم العينة :

$$\text{ن} \geq ١٠ \qquad (٦-٩)$$

قاعدة القرار

تستخدم إجراءات مماثلة لما يتبع في الإختبار الطبيعي (راجع القسم ٣-١-٢-١) .

تطبيق (٦-٩)

اختبر فرض وجود إرتباط عكسي بين معدل الجريمة ومستوى العقوبة ، وذلك بمستوى معنوية ١ ٪ بإستخدام التوزيع التالي :

معدل الجريمة / مستوى العقوبة	مرتفع	منخفض	متوسط
شديد	٤	١٣	٢
متوسط	١٠	٩	٦
خفيف	٣٠	٧	٤

الحل :

$ف_٠$: جا ≤ صفر

$ف_١$: جا > صفر

أ = ٢٨٨ ، خ = ١٢١٦

$$جا = \frac{٢٨٨ - ١٢١٦}{٢٨٨ + ١٢١٦} = - ٠,٦٢$$

$$ص = (- ٠,٦٢ - ٠)\sqrt{\frac{٢٨٨ + ١٢١٦}{٨٥ [١ - (- ٠,٦٢)^٢]}} = - ٣,٣٢٤$$

من جدول التوزيع الطبيعي ، ط (٠,٠١) = - ط (٠,٩٩) = - ٢,٣٣ ، وبذلك نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل والذي يقضي بوجود إرتباط عكسي بين معدل الجريمة ومستوى العقوبة .

٦-١-٣-٢ تقدير معامل إرتباط جاما

يمكن تقدير فترة ثقة لمعامل إرتباط جاما في المجتمع بدرجة ثقة ١- ﻫ ، ويكون حدي الثقة ($جا_١$ ، $جا_٢$) كما يلي :

$$(جا_١ ، جا_٢) \equiv جا \pm ل \, \sigma_{جا} \qquad (٦-١٠)$$

$$حيث \quad \sigma_{جا} = \sqrt{\frac{ن (١ - جا^٢)}{أ + خ}} \qquad (٦-١١)$$

ل معامل الثبات ، نحصل عليه من التوزيع الطبيعي وهو يعتمد على درجة الثقة .

تطبيق (٦-١٠)

أوجد فترة ثقة ٩٥ ٪ لمعامل إرتباط جاما بإستخدام البيانات الواردة في التطبيق (٦-٩) .

الحل :

$$\sigma_{\text{جا}} = \sqrt{\frac{٨٥ \left[١ - (-٠,٦٢)^{٢} \right]}{٢٨٨ + ١٢١٦}} = ٠,١٨٦$$

حدي الثقة = $-٠,٦٢ \pm ١,٩٦ \, (٠,١٨٦)$

= $-٠,٦٢ \pm ٠,٣٦٥$

= $(-٠,٢٥٥ \, ، \, -٠,٩٨٥)$

٦-١-٤ الإرتباط بين متغيران إسميان (معامل كرامير)

لإختبار معنوية معامل إرتباط كرامير يستخدم إختبار $\text{كا}^{٢}$.

وينطبق ذلك أيضاً علي الكثير من معاملات الإرتباط التي تستخدم لنفس الفرض مثل معامل التوافق لبيرسون Contingency Coefficicet ومعامل فاي Phi ومعامل تشبرو Tschuprow .

٦-١-٤-١ إختبار كا٢

قدمه عالم الإحصاء بيرسون .Peorson,K عام ١٩٠٠ ويستخدم لإختبار فرض الإستقلال أو عدم وجود إرتباط ، وقد سبق عرض هذا الإختبار في مناسبات مختلفة من هذا الكتاب ، ويمكن الرجوع للقسم (٢-٣-١) لمزيد من الإيضاح ولمتابعة الصيغ والرموز المستخدمة .

الإفتراضات :

١ - مستوى القياس إسمي .

٢ - المعاينة عشوائية بسيطة .

٣ - المشاهدات مستقلة عن بعضها .

لا توجد قيود على حجم التكرارات المشاهدة ، بينما يشترط أن لا تكون التكرارات المتوقعة صغيرة ، والرأي الغالب هو أن لا يقل التكرار المشاهد عن ٥ ، وفي حالة وجود تكرارات متوقعة صغيرة يمكن دمج الفئات مع بعضها حتى تزيد التكرارات المتوقعة إلى الحجم المطلوب .

تطبيق (٦-١١)

في دراسة تجريبية لأنواع العلاج المختلفة وتأثيرها على حالة المريض تم إعداد التوزيع التالي . والمطلوب إختبار الفرض بعدم وجود إرتباط بين العلاج والنتيجة بمستوى معنوية ١ ٪ .

العلاج / النتيجة	أ	ب	ج	
تحسن	٤٧	٥٢	٣٢	١٣١
لم يتغير	٢٩	٢٢	٣٣	٨٤
أسوأ	٦	٣	١٦	٢٥
	٨٥	٧٧	٨١	٢٤٠

الحل :

توجد التكرارات المتوقعة بإستخدام الصيغة (٢-١٣) وهى كما يلي :

٤٤,٨	٤٢	٤٤,٢
٢٨,٧	٢٧	٢٨,٤
٨,٥	٨	٨,٤

نوجد قيمة $كا^{٢}$ بإستخدام الصيغة (٢-١٢) .

$$كا^{٢} = \frac{(٤٧ - ٤٤,٨)^{٢}}{٤٤,٨} + \dots\dots + \frac{(١٦ - ٨,٤)^{٢}}{٨,٤} = ١٨,٢٧$$

من جدول ٥ وبدرجات حرية ٢ × ٢ = ٤ نجد أن $كا^{٢}_{٤}$ (٠,٩٩) = ١٣,٢٨

وبذلك نرفض فرض العدم والذي يقضي بعدم وجود إرتباط .

٦-١-٤-٢ إختبار ييتز - كا^{٢}

في حالة الجداول التكرارية ٢ × ٢ يمكن حساب كا^{٢} بإستخدام الصيغة (٤-٣٧) . ويلاحظ أننا لا نستطيع دمج الفئات في حالة ما إذا كانت التكرارات المتوقعة صغيرة . ويمكن التخلص من هذه المشكلة بزيادة حجم العينة وفي حالة عدم إمكان ذلك نستخدم تصحيح ييتز Yates ، حيث أدخل عام ١٩٣٤ تحسيناً على صيغة كا^{٢} بإضافة معامل تصحيح الإستمرارية ، وقد سبق عرضه في (٤-٣٨) أو (٤-٣٩) وبهذا التصحيح يكون التقريب جيداً ، غير أن ذلك يشترط أن يكون عدد المشاهدات كبيراً (٥٠ فأكثر) .

تطبيق (٦-١٢)

في دراسة للعلاقة بين اليد المستخدمة في الكتابة (اليمنى أو اليسرى) والعين الأقوى إبصاراً (اليمنى أو اليسرى) تم سحب عينة عشوائية من ٦٠ شخص ، ونظمت البيانات كما في الجدول التيالي . والمطلوب إختبار فرض وجود إرتباط بين التغيرين بمستوى معنوية ٥ ٪ .

العين / اليد	اليمنى	اليسرى	
اليمنى	١٦	١٢	٣٨
اليسرى	٨	٢٤	٣٢
	٢٤	٣٦	٦٠

الحل :

بإستخدام الصيغة (٤-٣٨) .

$$كا^{٢} = \frac{٦٠ (| ١٦ \times ٢٤ - ٨ \times ١٢ | - ٦٠ / ٢)^{٢}}{٢٤ \times ٣٦ \times ٣٨ \times ٣٢} = ٣,٨$$

من جدول ٥ نجد أن $كا^{٢}_{١}$ (٠,٩٥) = ٣,٨٤

وبذلك لا نستطيع رفض فرض الإستقلال أو عدم وجود إرتباط بين اليد المستخدمة في الكتابة والعين الأكثر إبصاراً .

لاحظ أن تطبيق إختبار $كا^{٢}$ بدون تصحيح ييتز يعطي نتيجة مخالفة لذلك ، ولذا ينصح بإستخدام تصحيح ييتز في الجداول ٢ × ٢ بصفة دائمة طالما أن عدد المشاهدات أكبر من ٥٠ .

٦-١-٤-٣ إختبار فيشر

إذا كان عدد المشاهدات أقل من ٥٠ فإن تصحيح ييتز لا يعطي نتائج دقيقة . وهنا يجب إستخدام إختبار فيشر الأصلي Fisher's exact Test وقد سبق عرضه بالقسم (٤-٢-١) .

٦-١-٥ الإرتباط بين متغيران إسميان (معامل لامدا)

معامل إرتباط لامدا* (λ) يوضح الدرجة التي يمكن بها تقدير المتغير التابع (ص) من المتغير المستقل أو المقدر (س) ، ويستخدم معامل الإرتباط في العينة ($ل_{ص\ س}$) حسب الصيغة (١-١٦) كإحصاء عند إختبارات الفروض حول معامل إرتباط المجتمع (λ) ، إذا كان حجم العينة كبيراً (٥٠ فأكثر) .

إختبار الفرض : $ف_{.}$: λ = صفر

نقبل $ف_{.}$ إذا كانت قيمة ل = صفر ونرفض إذا كانت قيمة ل $\neq$ صفر .

إختبار الفرض : $ف_{.}$: λ = ١

نقبل $ف_{.}$ إذا كانت ل = ١ ونرفض إذا كانت ل $\neq$ ١ .

إختبار الفرض : λ = $ل_{.}$

لإختبار الفرض λ = $ل_{.}$ حيث ١ > ل > ٠ نستخدم الإحصاء التالي وهو يتبع التوزيع الطبيعي المعياري .

$$ص = (ل_{ص\ س} - ل_{.}) \sqrt{\frac{(ن - \hat{ك}_{ص})^{٢}}{(ن - مجـ\ \hat{ك})(مجـ\ \hat{ك} + \hat{ك}_{ص} - ٢\ مجـ\ \hat{ك}_{ر})}} \quad (٦-١٢)$$

(*) لمزيد من التفاصيل راجع كتاب الإحصاء ووصف البيانات ، للمؤلف .

حيث مجـ ك ر تمثل مجموع تكرارات الفئات المنوالية المتواجدة بالصف (أو العمود الذي يمثل الفئة المنوالية للمتغير ص .

تطبيق (٦-١٣)

في دراسة لأحوال العمل ، قام أحد الباحثين بإعداد التوزيع التالي وهو يعرض العلاقة بين التخصص العلمي والتخصص الوظيفي ، والمطلوب إختبار الفرض بأن معامل إرتباط لامدا في المجتمع هو ٠,٥ وذلك بمستوى معنوية ١٪ .

التخصص العلمي والتخصص الوظيفي

التخصص الوظيفي / التخصص العلمي	إداري	إجتماعي	هندسي	أخرى	
إدارة	٣٦٠	٤٠	٠	٠	٤٠٠
علوم إجتماعية	١٩٠	٢٠	٤٠	٥٠	٣٠٠
قانون	١٢٥	٥	٠	٠	١٣٠
هندسة	٤	١٣٠	٠	٦	١٤٠
أخرى	٢١	٥	٠	٤	٣٠
	٧٠٠	٢٠٠	٤٠	٦٠	١٠٠٠

الحل :

$$\text{ك}_{\text{ص س}} = \frac{\text{مجـ ك}^{\wedge} - \text{ك}^{\wedge}_{\text{ص}}}{\text{ن} - \text{ك}^{\wedge}_{\text{ص}}}$$ ، من (١-١٦)

$$\text{مجـ ك}^{\wedge} = ٣٦٠ + ١٣٠ + ٤٠ + ٥٠ = ٥٨٠$$

$$\text{ل}_{\text{ص س}} = \frac{٥٨٠ - ٤٠٠}{١٠٠٠ - ٤٠٠} = ٠,٣٠$$

إختبار الفرض = $\text{ل}_{\text{ص س}} = ٠,٥٠$

$$\text{ص} = (٠,٣ - ٠,٥) \sqrt{\frac{٣(١٠٠٠ - ٤٠٠)}{(١٠٠٠ - ٥٨٠)\,[٥٨٠ + ٤٠٠ - ٢(٣٦٠)]}} = - ٨,٩$$

ومن جدول التوزيع الطبيعي ، ط (٠,٠٠٥) = - ط (٠,٩٩٥)

= - ٢,٥٨ وبذلك نرفض فرض العدم وإعتبار أن معامل الإرتباط في المجتمع أقل من ٠,٥ .

٦-١-٦ معامل الإرتباط الرباعي

يستخدم لقياس الإرتباط بين متغيرين كل منهما ثنائي ويتضمن صفة الإستمرار ويتبع التوزيع الطبيعي ويتم حسابه من جدول ٢ × ٢ :

ب	أ
د	جـ

بالصيغة التالية والسابق عرضها بالفصل الأول* (١-١٧) .

$$ر_{+} = جتا \frac{١٨٠}{١ + \sqrt{أ د / جـ ب}}$$

وتعد هذه الصيغة تقريب للصيغة الأصلية إذا كان حجم العينة كبيراً ، كما أن التقسيم لكلا المتغيران يجب أن يكون قريباً من ٠,٥٠ .

لإختبار الفرض $ر_{+}$ = صفر فإننا نستخدم الإحصاء .

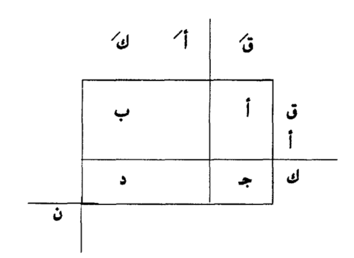
$$ص = \frac{ر_{+} - ر_{+}}{\sigma_{ر_{+}}} \qquad (٦-١٣)$$

(*) لمزيد من التفاصيل راجع كتاب الإحصاء ووصف البيانات ، للمؤلف .

وهو يقترب من التوزيع الطبيعي بزيادة حجم العينة . حيث $\sigma_{ر+}$ هو الخطأ المعياري لمعامل الإرتباط الرباعي ، وصيغته معقدة جداً ويمكن إستخدام الصيغة التقريبية التالية :

$$ع_{ر+} = \frac{\sqrt{ق\ ق'\ ك\ ك'}}{أ\ أ'\ \sqrt{ن}} \qquad (٦-١٤)$$

ويمكن توضيح الرموز بالشكل التالي :



حيث :

ق نسبة التكرارات (أ+ب) للتكرار الكلي (ن)

ق' نسبة التكرارات (أ+جـ) للتكرار الكلي (ن)

ك = ١ - ق

ك َ= ١ - ق َ

أ = إرتفاع المنحنى الطبيعي المعياري عند النقطة التي ينقسم بها التوزيع الطبيعي بنسبة ق ، ك .

أ َ= إرتفاع المنحنى الطبيعي المعياري عند النقطة التي ينقسم بها التوزيع الطبيعي بنسبة ق َ، ك َ.

تطبيق (٦-١٤)

في إحدى الدراسات ، تضمنت إستمارة البحث السؤالين التاليين :

سؤال (١) هل تستمتع بتعارفك بمعظم الناس ؟

سؤال (٢) هل تفضل العمل مع الآخرين أكثر من أن تعمل منفرداً ؟

وقد تم تنظيم إجابات العينة في التوزيع التالي :

سؤال (١) / سؤال (٢)	نعم	لا	
نعم	٣٧٤	١٦٧	٥٤١
لا	١٨٦	٢٠٣	٣٨٩
	٥٦٠	٣٧٠	٩٣٠

المطلوب إختبار فرض عدم وجود إرتباط بين المتغيرين محل القياس بمستوى معنوية ١ ٪ .

الحل :

$ف_0$: لا يوجد إرتباط بين المتغيرين .

$ف_1$: يوجد إرتباط .

الحل :

$$ق = \frac{٥٤١}{٩٣٠} = ٠,٥٨٢ \qquad ك = ٠,٤١٨$$

$$ق' = \frac{٥٦٠}{٩٣٠} = ٠,٦٠٢ \qquad ك' = ٠,٣٩٨$$

ومن جدول التوزيع الطبيعي نجد أن أ = ٠,٣٩٠ ، أ' = ٠,٣٨٦

$$ر = جتا \left(\frac{١٨٠}{١ + \sqrt{أ د / ب جـ}} \right) =$$

$$= جتا \left(\frac{١٨٠}{١ + \sqrt{(٣٧٤)(٢٠٣) / (١٦٧)(١٨٦)}} \right) =$$

$$= جتا ٧٠,٢٤^\circ = ٠,٣٣٨$$

$$ع_{ر+} = \frac{\sqrt{ق ق' ك ك'}}{أ أ' \sqrt{ن}}$$

$$= \frac{\sqrt{(٠,٥٨٢)\quad(٠,٦٠٢)(٠,٤١٨)(٠,٣٩٨)}}{(٠,٣٩)(٠,٣٨٦)\quad\sqrt{٩٣٠}} = ٠,٠٥٣$$

$$ص = \frac{٠,٣٣٨}{٠,٠٥٣} = ٦,٣٧٧$$

وحيث أن قيمة الإحصاء المشاهد أكبر من ط (٠,٩٩٥) = ٢,٥٨ ، لذا نرفض فرض العدم .

٦-١-٧ معامل إرتباط السلسلتان Biserial

يستخدم لقياس الإرتباط بين متغيرين إحدهما كمي والآخر إسمي - ويفترض أنه مستمر أصلاً ويتبع التوزيع الطبيعي .

وقد سبق عرض صيغة هذا المعامل في الباب الأول* (صيغة ١-١٨) .

وإذا كان حجم العينة كبير ، وكلا من ق ، ك ليست صغيرة ، أي ق ، ك ≤ ٠,١ فإن الإحصاء .

(*) لمزيد من التفاصيل راجع كتاب الإحصاء ووصف البيانات ، للمؤلف .

$$ص = \frac{ر'' - ر''}{\sigma_{ر''}} \qquad (١٥-٦)$$

يقترب من التوزيع الطبيعي ، حيث

$ر''$ هو معامل إرتباط السلسلتان في المجتمع .

$$\sigma_{ر''} = \frac{\sqrt{ق ك} \;/\; أ - ر''}{\sqrt{ن}} \qquad (١٦-٦)$$

تطبيق (٦-١٥)

في بحث لإيجاد العلاقة بين مستوى القلق ومستوى التحصيل تم الحصول على البيانات التالية حيث تم التعبير عن مستوى القلق بقيمتان فقط (كبير ، صغير) .

والمطلوب إختبار فرض عدم وجود إرتباط بين مستوى القلق ومستوى التحصيل بمستوى معنوية ٥ ٪ .

مستوى التحصيل	مستوى القلق
٨٧	كبير
٧٦	كبير
٧٣	كبير
٨٢	كبير
٨٤	كبير
٨٦	كبير

مستوى التحصيل	مستوى القلق
١٠٠	صغير
٩٧	صغير
٧٨	صغير
١٠٠	صغير
٦٦	صغير
٩٥	صغير
٨٠	صغير
٩٩	صغير
١٠٠	صغير

الحل :

ف. : ر″= صفر ، ف١ : ر″ ≠ صفر

نعتبر أن (١ ، ٠) تعبر عن مستوى القلق (كبير ، صغير) .

$\bar{ص}_1$ = ٨١,٣٣٣ $\bar{ص}$ = ٨٦,٨٦٦

ق = ٦/١٥ = ٠,٤ ك = ٠,٦

أ = ٣٨٦ $\sigma_{ص}$ = ١٠,٧٦٣

ومن الصيغة (١-١٨)

$$ر'' = \frac{\bar{ص}_1 - \bar{ص}}{\sigma_{ص}} \times \frac{ق}{أ}$$

$$= \frac{٨٦,٨٦٦ - ٨١,٣٣٣}{١٠,٧٦٣} \times \frac{٠,٤}{٠,٣٨٦} = ٠,٥٣٣$$

وباستخدام الصيغة (٦-١٦)

$$\sigma_r = \frac{\sqrt{٠,٤ \times ٠,٦} \;/\; ٠,٣٨٦ - ٠}{\sqrt{١٥}} = ٠,٣٢٨$$

$$ص = \frac{٠,٥٣٣ - ٠}{٠,٣٢٨} = ١,٦٢٥$$

ومن التوزيع الطبيعي : ط (٠,٩٧٥) = ١,٩٦

وبذلك لا نستطيع رفض فرض العدم .

تطبيق (٦-١٦)

في دراسة للعلاقة بين التدريب والإنتاجية تم إعداد التوزيع التالي وهو يعرض الإنتاج لمجموعتين من العمال ، الأولى مدربة ، والثانية غير مدربة (لم تستكمل برنامج التدريب) والمطلوب إختبار فرض عدم وجود إرتباط بين التدريب والإنتاجية بمستوى معنوية ١ ٪ .

الإنتاج	المجموعة المدربة ك	المجموعة غير المدربة	المجموع ك
٥٥ - ٦٠	١	١٦	١٧
٦٠ - ٦٥	٠	٢١	٢١
٦٥ - ٧٠	١	١٩	٢٠
٧٠ - ٧٥	٦	٢٧	٣٣
٧٥ - ٨٠	٦	١٩	٢٥
٨٠ - ٨٥	٢	١٦	١٨
٨٥ - ٩٠	٥	٦	١١
	٢١	١٢٤	١٤٥

الحل : $\bar{ص}_1 = ٧٧$ $\bar{ص} = ٧١,٣٥$

ق $= ٠,١٤٥$ ك $= ٠,٨٥٥$ $\sigma_{ص} = ٨,٨٠$

أ $= ٠,٢٢٨$

$$ر_{//} = \frac{\bar{ص}_1 - \bar{ص}}{\sigma_{ص}} \times \frac{ق}{أ} = \frac{٧٧ - ٧١,٣٥}{٨,٨} \times \frac{,١٤٥}{,٢٢٨} = ,٤١$$

$$\sigma_{ر//} = \frac{\sqrt{٠,١٤٥ \times ٠,٨٥٥} \;/\; ٠,٢٢٨}{\sqrt{١٤٥}} = ٠,١٢٨$$

$$ص = \frac{٠,٤١}{٠,١٢٨} = ٣,٢٠٣$$

من جدول التوزيع الطبيعي : ط (٠,٩٩٥) = ٢,٥٨

وبذلك نرفض فرض العدم والذي يقضي بعدم وجود إرتباط بين التدريب والإنتاجية .

٦-١-٨ معامل إرتباط السلسلتان الثنائي Point biserial

قدمه العالمان ريتشارد سون وستالنكر Richarardson and Stalnaker عام ١٩٣٣ لقياس الإرتباط عندما يكون أحد المتغيران كمي والآخر إسمي وثنائي أصيل ، مثل الجنس (ذكر ، أنثى) ، الحالة الزواجية (متزوج - غير متزوج) .

ويقدر هذا المعامل * من العينة بإستخدام الصيغة :

$$ر_{ث} = \frac{\bar{ص}_{1} - \bar{ص}_{.}}{ع_{ص}} \sqrt{ق_{1}\ ق_{.}} \qquad (٦-١٧)$$

حيث :

$\bar{ص}_{1}$ المتوسط الحسابي للمتغير $ص_{1}$ وهو المناظر للقيمة(١)للمتغير الثنائي

$\bar{ص}_{.}$ المتوسط الحسابي للمتغير $ص_{.}$ وهو المناظر للقيمة(٠)للمتغير الثنائي

$ق_{1}$ نسبة مفردات المتغير $ص_{1}$

$ق_{.}$ نسبة مفردات المتغير $ص_{.}$

$ع_{ص}$ تقدير تباين المتغير ص في العينة .

ولإختبار الفرض بأن معامل الإرتباط يساوي صفر ، نستخدم إختبار – ت حيث يكون الإحصاء :

$$ص = ر_{ث} \sqrt{\frac{ن - ٢}{١ - ر_{ث}^{٢}}} \qquad (٦-١٨)$$

يتبع توزيع ت بدرجات حرية ن – ٢ .

(*) لمزيد من التفاصيل راجع كتاب الإحصاء ووصف البيانات ، للمؤلف .

تطبيق (٦-١٧)

البيان التالي يعرض العلاقة بين الإنتاج والتدريب لعينة من العمال (خصص الرقم ١ للعامل المدرب والرقم ٠ للعامل غير المدرب) .

والمطلوب إختبار فرض عدم وجود إرتباط بين الإنتاج والتدريب في المجتمع بمستوى معنوية ٥ ٪ .

الإنتاج	٢٦	٢٨	٢٤	٢٢	٢٤	٣٠	٢٥	٢١	٢٥	٢٠
التدريب	٠	١	٠	٠	١	١	٠	٠	١	٠

الحل :

الإنتاج للعمالة المدربة (ص١)	٢٨	٢٤	٣٠	٢٥		
الإنتاج للعمال غير المدربة (ص٠)	٢٦	٢٤	٢٢	٢٥	٢١	٢٠

$$\text{ر}_{\text{ب}} = \frac{\bar{\text{ص}}_1 - \bar{\text{ص}}_0}{\text{ع}_{\text{ص}}} \sqrt{\text{ق}_1\ \text{ق}_0}$$

$$= \frac{٢٦,٧٥ - ٢٣}{٣,٠٦٤} \sqrt{(٠,٦)\ (٠,٤)} = ٠,٥٩٨$$

$$\text{ص} = \text{ر}_{\text{ب}} \sqrt{\frac{\text{ن} - ٢}{١ - \text{ر}_{\text{ب}}^{٢}}} = ٠,٥٩٨ \sqrt{\frac{١٠ - ٢}{١ - (٠,٥٩٨)^{٢}}} = ٢,١١$$

وبإستخدام جدول – ت نجد أن $ت_{٨}$ (٠,٩٧٥) = ٢,٣٠٦

وبذلك لا نستطيع رفض فرض العدم والذي يقض بعدم وجود إرتباط بين الإنتاج والتدريب .

٦-١-٩ معامل إرتباط السلاسل* المتعددة multiserial

قدمه چاسبين Jaspen عام ١٩٤٦ لقياس الإرتباط بين متغير كمي وآخر ترتيبي . ويفترض أن المتغير الترتيبي يتضمن الإستمرارية ويتبع التوزيع الطبيعي .

وصيغة معامل الإرتباط $ر^{\#}$ هى :

$$ر^{\#} = \frac{مجـ [\bar{ق}\ مجـ\ س]}{\sqrt{مجـ\ س^{٢}\ مجـ\ ن\ \bar{ق}^{٢}}} \qquad (٦-١٩)$$

$$حيث : \bar{ق} = \frac{\underline{أ} - \bar{أ}}{ق} \qquad (٦-٢٠)$$

$\underline{أ}$ إرتفاع المنحنى الطبيعي المعياري عند الحد الأدنى للفئة .

$\bar{أ}$ إرتفاع المنحنى الطبيعي المعياري عند الحد الأعلى للفئة .

ق نسبة الحالات في الفئة .

(*) Harshbarger ص ٤٤١ .

ولإختبار فرض عدم وجود إرتباط $ر^{\#}$ = صفر

نستخدم الإحصاء :

$$\text{ص} = \frac{\text{ر}^{\#}\sqrt{\text{ن} - ٢}}{\sqrt{١ - \text{ر}^{\#٢}}} \qquad (٦-٢١)$$

وهو يتبع توزيع ت بدرجات حرية ن - ٢

تطبيق (٦-١٨)

فيما يلي درجات عينة من الطلاب في الإختبار النهائي وفي أعمال السنة ، وكان القياس في الإختبار الأول كمي أما في أعمال السنة كان القياس ترتيبي . والمطلوب إختبار فرض عدم وجود إرتباط بين درجات الإختبارين بمستوى معنوية ٠,٠١ .

أعمال السنة	م	م	م	جج	جج	جج	جج	ج	ج	ج	ج	ج	ل	ل	ض
الإختبار النهائي	١٩	١٨	٢٢	١٩	٢٠	١٨	١٨	١٦	١٥	١٢	١٣	١٦	٦	٨	٥

الحل :

$\text{ف}_{٠}$: $ر^{\#}$ = صفر

$\text{ف}_{١}$: $ر^{\#}$ ≠ صفر

ص	س	ر	س	س٢
م	١٩	١	٤	١٦
م	١٨	٢	٣	٩
م	٢٢	٣	٧	٤٩
جـجـ	١٩	١	٤	١٦
جـجـ	٢٠	٢	٥	٢٥
جـجـ	١٨	٣	٣	٩
جـجـ	١٨	٤	٣	٩
جـ	١٦	١	١	١
جـ	١٥	٢	٠	٠
جـ	١٢	٣	٣	٩
جـ	١٣	٤	٢-	٤
جـ	١٦	٥	١	١
ل	٦	١	٩-	٨١
ل	٨	٢	٧-	٤٩
ض	٥	١	١٠-	١٠٠
	٢٢٥			٣٧٨

م   جـ جـ   جـ   ل   ض

أ (م) = آ (جـ جـ)

ل	مجس	ن	ق	أ	آ	ف	ف٢	ف مجس	ن ف٢
م	١٤	٣	٠,٢٠٠	,٢٨٠٠	,٠٠٠٠	١,٤	١,٩٦	١٩,٦	٥,٨٨
جج	١٥	٤	٠,٢٦٧	,٣٩٧٤	,٢٨٠٠	٠,٤٤	٠,١٩٤	٦,٦	٠,٧٨
ج	٣ -	٥	٠,٣٣٣	,٢٨٠٠	,٣٩٧٤	٠,٣٥-	٠,١٢٢	١,٠٥	٠,٦١
ل	١٦ -	٢	٠,١٣٣	,١٢٦٨	,٢٨٠٠	١,١٥-	١,٣٢	١٨,٤٠	٢,٦٤
ض	١٠ -	١	٠,٠٦٧	,٠٠٠٠	,١٢٦٨	١,٨٩-	٣,٥٧	١٨,٩٠	٣,٥٧
		١٥						٦٤,٥٥	١٣,٤٨

$$\text{ر}^{\#} = \frac{\text{٦٤,٥٥}}{\sqrt{(\text{٣٧٨})\ (\text{١٣,٤٨})}} = \text{٠,٩٠}$$

$$\text{ص} = \frac{\text{٠,٩٠}\ \sqrt{\text{١٥} - \text{٢}}}{\sqrt{\text{١} - (\text{٩})^{\text{٢}}}} = \text{٧,٤٤}$$

ومن جدول (٣) نجد أن $\text{ت}_{\text{س}\,\text{١}}$(٠,٩٧٥) = ٣,٠١٢ وبذلك نرفض فرض العدم.

٦-١-١٠ نسب الإرتباط

قدم نسبة الإرتباط عالم الاحصاء بيرسون Pearson, K. عام ١٩٠٥ ، وهى تستخدم لقياس الإرتباط في حالة العلاقة غير الخطية* ، وتحسب نسبة الإرتباط (η) في المجتمع من الصيغة التالية :

$$\eta^{٢} = \frac{\sigma^{٢}_{ص} - \sigma^{٢}_{ص س}}{\sigma^{٢}_{ص}} \qquad (٢٢-٦)$$

وتقدر من العينة بإستخدام الصيغة .

$$ي^{٢} = \frac{ع^{٢}_{ص} - ع^{٢}_{ص س}}{ع^{٢}_{ص}} \qquad (٢٣-٦)$$

ويتم حساب نسبة الإرتباط ي بصيغ مختلفة حسب طبيعة البيانات .

البيانات الخام :

قد تكون البيانات مقدمة على هيئة مصفوفة بها عدد (م) من الأعمدة تمثل قيم المتغير المستقل س ، وكل قيمة منها تعرض قيم ص المختلفة ، وفي هذه الحالة نقوم بحساب $ع^{٢}_{ص}$ وتمثل تقدير تباين المتغير ص من العينة ، وذلك حسب الصيغة (٣-٦) ، ويتم حساب $ع^{٢}_{ص س}$ بالصيغة

(*) لمزيد من التفاصيل راجع كتاب الإحصاء ووصف البيانات ، للمؤلف .

$$ع^2_{ص س} = مجـ (ن_ر - ١) ع^2_{ص س_ر} / ن - م \qquad (٦-٢٤)$$

حيث $ع^2_{ص س_ر}$ تمثل تباين العينة لقيم ص بالعمود المخصص للقيمة سر ويستخدم في ذلك الصيغة (٣-٦) .

بيانات تحليل التباين :

إذا كانت الحالة تمثل تجربة يستخدم فيها تحليل التباين فإنه يمكن إستخدام صيغة أخرى أكثر ملائمة . ففي حالة التصميم كامل العشوائية ، نستخدم الصيغة التالية :

(راجع الرموز بجدول تحليل التباين بالقسم ٣-٥-١) .

$$ى^2 = \frac{ع^2_ك - ع^2_خ}{ع^2_ك} \qquad (٦-٢٥)$$

حيث : $ع^2_ك = ك / ن - ١ \qquad (٦-٢٦)$

وتمثل تقدير لتباين المجتمع بإستخدام كل قيم ص .

ويمكن أيضاً إستخدام الصيغ التالية :

$$ى^2 = \frac{هـ - (م - ١) ع^2_خ}{ك} \qquad (٦-٢٧)$$

$$ى^2 = \frac{(ف - 1)(م - 1)}{ف(م - 1) + (ن - م)} \qquad (6-28)$$

حيث ف هى النسبة الأخيرة

وهذه الصيغة الأخيرة من المفيد إستخدامها في حالة التقارير المنشورة حيث تكون النسبه ف الأخيرة معروضة دون التفاصيل الأخرى كمجموع المربعات ومتوسط المربعات .

الإفتراضات :

١ - عينة عشوائية بسيطة .

٢ - متغير فتري والآخر إسمي .

إختبار الفرض :

$ف_0$: ي = صفر

$ف_1$: ي > صفر

ويلاحظ أن الإختبار موجه ذلك أن نسبة الإرتباط لا تكون سالبة .

في حالة إستخدام بيانات تحليل التباين ، فإن نسبة الإرتباط ى تكون معنوية عندما تكون النسبة ف معنوية كما سبق إيضاحه (القسم ٣-٥-١) .

في حالة إستخدام البيانات الخام ، نستخدم الإحصاء :

$$\text{ص} = \frac{\text{ى}^{2}\,(\text{ن} - \text{م}) + (\text{م} - ١)}{(١ - \text{ى}^{2})\,(\text{م} - ١)} \qquad (٦-٢٩)$$

وهو يتبع توزيع ف بدرجات حرية (م - ١) ، (ن - م) .

تطبيق (٦-١٩)

بإستخدام البيانات الواردة بالتطبيق (٣-٣٧) .

المطلوب إختبار فرض عدم وجود إرتباط بين طرق التدريب والإنتاج بمستوى معنوية ٥ ٪ وذلك :

أ - بإستخدام بيانات تحليل التباين .

ب - بإستخدام البيانات الخام .

الحل :

أ - بالرجوع إلى حل التطبيق (٣-٣٧) ، وجددول تحليل التباين نجد أن النتيجة معنوية - ولذا فإن النتيجة هنا أيضاً تكون معنوية ، بمعنى أننا نرفض فرض العدم والذي يقضي بعدم وجود إرتباط .

ب - ويمكن أيضاً إستخدام الصيغة الخاصة بالبيانات الخام .

	الطريقة أ	الطريقة ب	الطريقة جـ
	٤	٣	٢
	٦	٤	٤
	٥	٥	٣
	٥	٤	٣
$ع^{٢}_{ص\,س\,ر}$	٠,٦٦٧	٠,٦٦٧	٠,٦٦٧

$$ع^{٢}_{ص} = ١,٢٧٢$$

$$ع^{٢}_{ص\,س} = ٣(٠,٦٦٧) + ٣(٠,٦٦٧) + ٣(٠,٦٦٧) / (١٢ - ٣) = ٠,٦٦٧$$

$$ى^{٢} = \frac{١,٢٧٢ - ٠,٦٦٧}{١,٢٧٢} = ٠,٤٧٦$$

$$ص = \frac{٠,٤٧٦\ (١٢ - ٣) + (٣ - ١)}{(١ - ٠,٤٧٦)\ (٣ - ١)} = ٦$$

وهى مماثلة لنفس النتيجة في (أ) .

٦-١-١١ معامل ثيتا Theta Coefficient

هذا المعامل قدمه فريمان Freeman عام ١٩٦٥ ويستخدم لقياس قوة الإرتباط بين متغير إسمى وآخر ترتيبى . ومقدار هذا المعامل مبنى على أساس مدى تلقى الوحدات فى مستوى (فئة) معين من المتغير الإسمى - تقديراً أعلى للمتغير الترتيبى - عنه فى مستوى آخر من المتغير الإسمى* .

ولغرض حساب معامل ثيتا ، نبدأ بإعطاء كل مستوى من المتغير الإسمى رقم معين إختياري ولنتصور المستويان ر ، ل حيث ر < ل . ويتم حساب معامل ثيتا باستخدام الصيغة التالية :

$$\theta = \frac{\text{مجـ} \left| أ_{رل} - ب_{رل} \right|}{\text{مجـ}\ ن_{ر}\ ن_{ل}} \qquad (٦ - ٣٠)$$

حيث :

$أ_{رل}$ عدد المرات التي تكون فيها وحده في المستوى ر أعلى من بعض الوحدات في المستوى ل .

$ب_{رل}$ عدد المرات التي تكون فيها وحده في المستوى ر أقل من بعض الوحدات في المستوى ل .

$ن_{ر}$ عدد وحدات المستوى ر (تكرار المستوى ر)

$ن_{ل}$ عدد وحدات المستوى ل .

(*) انظر Harshbarger ص ٤٨٤ .

ملاحظات :

(١) θ هو حرف يوناني وينطق ثيتا Theta .

(٢) معامل ثيتا يقع بين صفر وواحد ، ويكون صفراً في حالة عدم وجود ارتباط وواحد في حالة الارتباط التام .

تطبيق (٦-٢٠) :

المطلوب قياس الارتباط بين الجنس والقدرة على التهجي (القيم مرتبة تصاعدياً) .

القدرة على التهجي / الجنس	١	٢	٣	٤	٥	
١ ذكر	١		١		١	٣
٢ أنثى		١		١		٢

الحل : عدد المرات التي يكون فيها الذكر أفضل من الأنثى :

$$أ_{٢١} = ٠ + ١ + ٢ = ٣$$

عدد المرات التي تكون فيها الأنثى أفضل من الذكر :

$$ب_{٢١} = ٢ + ١ = ٣$$

$$θ = \frac{مجـ |أ_{٢١} - ب_{٢١}|}{مجـ ن_{١} ن_{٢}}$$

(*) لمزيد من التفاصيل راجع كتاب الإحصاء ووصف البيانات ، للمؤلف .

$$= \frac{|٣ - ٣|}{٣ (٢)} = \frac{صفر}{٦} = صفر$$

تطبيق (٦-٢١) :

بفرض أن التوزيع التكرارى للتطبيق السابق كان كما هو موضح أدناه ، المطلوب قياس الارتباط بين الجنس والقدرة على التهجى .

	٥	٤	٣	٢	١	القدرة على التهجى / الجنس
٣			١	١	١	١ ذكر
٢	١	١				٢ أنثى

الحل : $أ_{٢١} = صفر$

$$ب_{٢١} = ٢ + ٢ + ٢ = ٦$$

$$\theta = \frac{|٠ - ٦|}{٦} = ١$$

تطبيق (٦ - ٢٢) :

عيادة للإرشاد الطبى للأطفال تستقبل الحالات الأتية : الإكتئاب ، السرقة ، الشرود ، الكذب ، وبعد الفحص يتم إعطائهم رتب حسب تشخيص العلاج بدءاً من ١ للضعيف ، ٥ للجيد . باستخدام التوزيع التكرارى التالى المطلوب قياس الإرتباط بين الأعراض والتشخيص .

الأعراض \ التشخيص	٥	٤	٣	٢	١	
١ شرود	٧	٣	١	١	٢	١٤
٢ كذب	٢	٢	٤	٦	٥	١٩
٣ سرقة	٢	٥	٨	٢	٣	٢٠
٤ اكتئاب	١	٠	٣	٢	٦	١٢

الحل :

$أ_{٢١}$ = ٧ (٢+٤+٦+٥) + ٣ (٤+٦+٥) + (٦+٥) + (٥) = ١٨٠

$ب_{٢١}$ = ٢(٦+٤+٢+٢) + ١(٤+٢+١) + ١(٢+٢) + ٣(٢) = ١٨٠

وبالمثل يمكن حساب المقادير الأخرى ، ويمكن تلخيص النتائج في الجدول التالي :

رل	أرل	برل	|أ-ب|	نرنل
٢١	١٨٠	٦٤	١٣٤	٢٦٦
٣١	١٧٣	٦٢	١١١	٢٨٠
٤١	١٢٤	٢٠	١٠٤	١٦٨
٣٢	١٠٠	٢٠٧	١٠٧	٣٨٠
٤٢	١١٢	٦٠	٥٢	٢٢٨
٤٣	١٥٣	٣٩	١١٤	٢٤٠
			٦٢٢	١٥٦٢

$$\theta = \frac{٦٢٢}{١٥٦٢} = ,٤٠$$

اختبارات المعنوية :

تستخدم الاختبارات التالية :

(أ) اختبار ولكوكسون مان وتنى

يستخدم إذا كان المتغير الإسمي يحتوي على مستويين فقط وقد سبق عرضه في القسم (٣-٣-٤) .

(ب) اختبار كروسكال واليز

يستخدم إذا كان المتغير الإسمي يحتوي على أكثر من مستويين وقد سبق عرضه في القسم (٣-٥-٢) .

٦-٢ الاستقراء حول معامل ارتباط وحيد (عدة متغيرات)

٦-٢-١ الارتباط المتعدد

معامل الارتباط المتعدد يقيس قوة العلاقة بين متغير تابع ($س_١$) وعدة متغيرات مستقلة . وصيغة المعامل هي كما يلي بفرض وجود متغيرين مستقلين $س_٢$ ، $س_٣$.

$$ر_{١.٢٣} = \sqrt{\frac{ر_{٢١}^{٢} + ر_{٣١}^{٢} - ٢ ر_{٢١} ر_{٣١} ر_{٣٢}}{١ - ر_{٣٢}^{٢}}} \qquad (٦-٣١)$$

حيث $ر_{أب}$ تعنى معامل ارتباط بيرسون بين $س_أ$ ، $س_ب$ ومن الواضح أن هذا المعامل يستخدم في حالة المتغيرات الكمية وقيمة المعامل تنحصر بين صفر وواحد .

ولاختبار الفرض بأن معامل الارتباط المتعدد في المجتمع ر = صفر (ضد الفرض ر > صفر) نستخدم الاحصاء :

$$ص = \frac{ر^{٢} / ك}{(١ - ر^{٢}) ن - ك - ١} \qquad (٦-٣٢)$$

حيث ك عدد المتغيرات المستقلة

وهذا الاحصاء يتبع توزيع ف بدرجات حرية ك ، ن - ك - ١

تطبيق (٦-٢٣)

في دراسة عن الجريمة والعوامل المؤثرة فيها ، تم حساب معامل ارتباط بيرسون بين كل متغيرين :

المتغيرين	معامل بيرسون
معدل الجريمة وحجم المجتمع	٠,٦
معدل الجريمة ومعدل البطالة	٠,٧
حجم المجتمع ومعدل البطالة	٠,٨

(أ) أوجد معامل الارتباط الكلي بين معدل الجريمة والمتغيرات الأخرى المؤثرة فيها .

(ب) اختبار فرض عدم وجود ارتباط بمستوى معنوية ١٪ بفرض أن حجم العينة المستخدمة في البحث ٢٣ .

الحل :

نستخدم $س_1$ ، $س_2$ ، $س_3$ للمتغيرات معدل الجريمة ، حجم المجتمع ، معدل البطالة على الترتيب ، وبذلك يكون :

$ر_{21} = ٠,٦$ ، $ر_{32} = ٠,٨$ ، $ر_{31} = ٠,٧$

$$(أ)\quad ر^2_{1.32} = \frac{(٠,٦)^2 + (٠,٧)^2 - ٢(٠,٦)(٠,٧)(٠,٨)}{١ - (٠,٨)^2} = ٠,٤٩$$

(ب) $ف_.$: $ر^2_{1.32}$ = صفر $ف_1$: ر > صفر

$$(جـ)\quad ص = \frac{٠,٤٩ / ٢}{(١ - ٠,٤٩) / (٢٣ - ٢ - ١)} = ٩,٦٠٧$$

ومن جدول توزيع ف نجد أن $ف_{٢ ، ٢٠}$ (٠,٩٩) = ٥,٨٥

لذا نرفض فرض العدم ونقبل فرض وجود ارتباط كلي بين الجريمة والعوامل المذكورة وهي معدل البطالة وحجم المجتمع .

٦-٢-٢ معامل كندال للاتفاق

قدمه كندال عام ١٩٣٩ ويستخدم لقياس درجة الاتفاق بين عدة مجموعات من الرتب ، وهو يعد نافعاً بصفة خاصة في دراسات التحكيم ، لتوضيح درجة الاتفاق بين عدة محكمين في تقييمهم للأشياء أو الأشخاص مثلاً عند اختيارهم

(*) راجع Kendall ص ١٠٠ ، Siegel ص ٢٣٣ .

للوظائف أو الأشياء أو لتقييم المديرين أو المشرفين أو العمال أو اللاعبين .... الخ .

وقد سبق عرض صيغة معامل الاتفاق بالباب الأول (صيغة ١-١٠) .

وفي حالة وجود قيود أي قيم مكررة فإننا نعطي كل منها رتبة تعادل متوسط رتب الوحدات المكررة . وإذا كانت نسبة القيم المقيدة قليلة فإن ذلك لا يستدعى إجراءات خاصة ، بينما إذا كانت النسبة كبيرة فإن الأمر يتطلب بعض التعديلات في الصيغ المستخدمة .

وفي حالة ما إذا كان عدد المحكمين إثنان فقط يمكن استخدام معامل سبيرمان .

الافتراضات

(١) البيانات تتكون من مجموعات كاملة من الصفوف عددها (ق) من المشاهدات (قياسات - تقديرات) الموجهة نحو عدد (م) من المجموعات (أفراد - أشياء - ...) .

(٢) مستوى القياس ترتيبي .

الفروض :

ف. : لا يوجد إتفاق بين الرتب في المجموعات .

ف١ : يوجد إتفاق بين الرتب .

إحصاء الاختبار :

توجد ثلاثة احصاءات يمكن استخدامها :

(١) الاختبار الأصلي : ويستخدم (و) معامل الاتفاق (١-١٠) ، ويكافئ ذلك استخدام (ع) تبعاً للصيغة (٣-٦٧) . وكما سبق ذكره مع اختبار فريدمان (٣-٦-٢) فإن هذا الإحصاء له توزيع خاص وجداول معده لتسهيل الوصول على القيم الحرجة بالجداول الاحصائية المرفقة (جدول ١٣ القسم الأول) .

(٢) تقريب توزيع فيشر : لجميع القيم الغير واردة بالجداول المشار إليها في (١) يمكن استخدام تقريب مبنى على توزيع فيشر Fisher's Z-distribution وتوجد جداول يمكن استخدامها مباشرة وهي تعطي قيم ع الحرجة عند مستويات معنوية ٥ ٪ ، ١ ٪ إذا كان عدد الصفوف (المحكمين) يقع بين ٣ إلى ٢٠ (الجدول ١٣ ، القسم الثاني) .

تطبيق (٦-٢٤)

في مقابلة لمجموعة من المتقدمين لإحدى الوظائف ، حددت الشركة ثلاثة من المديرين لإجراء المقابلة ، وكان ترتيبهم للمتقدمين كما هو موضح والمطلوب حساب معامل الاتفاق ، واختبار الفرض بعدم وجود اتفاق بين المديرين بمستوى معنوية ٥ ٪ .

المتقدمين / المختبرين	أ	ب	جـ	د	هـ	و
المدير س	١	٦	٣	٢	٥	٤
المدير ص	١	٥	٦	٤	٢	٣
المدير ع	٦	٣	٢	٥	٤	١

الحل :

مجموع الرتب ر = ٨ ، ١٤ ، ١١ ، ١١ ، ١١ ، ٨ ، $\bar{ر}$ = ١٠,٥

ع = مجـ (ر − $\bar{ر}$)^{٢} = (٨ − ١٠,٥)^{٢} + (١٤ − ١٠,٥)^{٢} +
... + (٨ − ١٠,٥) = ٢٥,٥

$$\text{معامل الاتفاق (و)} = \frac{ع}{\frac{١}{٢} ق^{٢} (م^{٣} - م)} = \frac{٢٥,٥}{\frac{١}{٢} (٣)^{٢} (٦^{٣} - ٦)}$$

$$= \frac{٢٥,٥}{١٥٩,٣٠} = ,١٦$$

وبالرجوع لجدول ١٣ الجزء الثاني ، وبمستوى معنوية ٠,٠٥ . نجد أن قيمة ع الحرجة هي ١٠٣,٩ وبذلك لا نستطيع رفض فرض العدم والذي يقضى بعدم وجود اتفاق بين المديرين .

تطبيق (٦−٢٥)

تم عرض سبعة طرق للتدريس على ١٨ محكماً ، أعطى كل منهم رتباً لهذه الطرق . وقد وجد أن قيمة ع = ١٦٢٠ أوجد معامل الاتفاق مع اختبار معنويته بمستوى ١ ٪ .

الحل :

باستخدام الصيغة (١−١٠)

$$و = \frac{١٢ (١٦٢٠)}{١٨^{٢} (٧^{٣} - ٧)} = ٠,١٧٩$$

لاختبار الفرض بعدم وجود اتفاق يمكن استخدام جدول - ١٣ الجزء الثاني ، عند مستوى معنوية ١٪ نجد أن :

عند ق = ١٥ تكون قيمة ع الحرجة ١١٢٩,٥

عند ق = ٢٠ تكون قيمة ع الحرجة ١٥٢١,٩

وحيث أن قيمة ع المشاهدة ١٦٢٠ ، لذا نرفض فرض العدم والذي يقضي بعدم وجود اتفاق .

(س) تقريب كا^{٢}

إذا كان عدد الأعمدة م > ٧ يمكن استخدام اختبار تقريبي سهل ، يستخدم الإحصاء ص السابق تعريفه بالصيغة (٣-٦٨) أو (٣-٦٩) ويمكن كتابته أيضاً على الصورة :

ص = ق (م - ١) و　　　　　　　　(٦-٣٣)

وهذا الاحصاء يتبع توزيع كا^{٢} بدرجات حرية م - ١

تطبيق (٦-٢٦)

تم عرض ١٣ شخص على ٢٨ محكماً وقد أعطى كل منهم رتبة لكل شخص وقد وجد أن قيمة ع = ١١٤٤٠ والمطلوب حساب معامل الإتفاق واختبار معنويته بمستوى معنوية ١٪ .

الحل : باستخدام الصيغة (١-١٠)

$$و = \frac{١٢ (١١٤٤٠)}{٢٨^{٢} (١٣^{٣} - ١٣)} = ٠,٨$$

ولاختبار الفرض نستخدم الصيغة (٦ - ٣٣) :

ص = ٢٨ (١٣-١) (٠٨,) = ٢٦,٩

وبالرجوع لجدول $كا^٢$ نجد أن $كا^٢_{١٢}$ (٩٩,) = ٢٦,٢١٧ وبذلك نرفض فرض عدم وجود ارتباط .

٦-٣ مقارنة معاملى ارتباط

٦-٣-١ اختبار تجانس معاملين (بيرسون)

لمقارنة معاملا ارتباط بيرسون في مجتمعين ، يتم تحويلهما حسب تحويل فيشر ثم نستخدم الاختبار الطبيعي .

الفروض :

$ف_. : ر_١ = ر_٢$

$ف_١ : ر_١ \neq ر_٢$

احصاء الاختبار

$$ص = \frac{ف_١ - ف_٢}{\sqrt{\frac{١}{ن_١ - ٣} + \frac{١}{ن_٢ - ٣}}} \qquad (٦-٣٤)$$

حيث : $ف_١$ ، $ف_٢$ هما تحويل فيشر لمعاملي الارتباط المحسوبة من العينة $ر_١$ ، $ر_٢$ ويتم التحويل من جدول ١٤ من الجداول الاحصائية المرفقة ، كما يمكن استخدام الصيغة التالية :

$$ف = \frac{١}{٢} \text{ لو } \frac{١ + ر}{١ - ر} \qquad (٦-٣٥)$$

حيث لو تعنى اللوغاريتم الطبيعي ، أساسه (٢,٧١٨٣) .

تطبيق (٦-٢٧)

في دراسة مقارنة بين الريف والحضر تم سحب عينتان عشوائيتان من الأسر ، وتم حساب معامل ارتباط بيرسون بين عدد سنوات التعليم لكل من الزوج والزوجة ، والمطلوب اختبار فرض تساوى معاملات الارتباط بمستوى معنوية ٥٪ .

المنطقة	حجم العينة	معامل ارتباط
الريف	٤٤	٠,٣١
الحضر	٤٢	٠,٥٤

الحل :

المنطقة	ن	ر	ف
الريف	٤٤	٠,٣١	٠,٣٢١
الحضر	٤٢	٠,٥٤	٠,٦٠٧

ف هي قيمة تحويل فيشر لمعامل الارتباط :

$$ف = \frac{١}{٢} \text{ لو } \frac{١ + ر}{١ - ر}$$

بالنسبة للريف :

$$= \frac{١}{٢} \text{ لو } \frac{١ + ٠,٣١}{١ - ٠,٣١} = \frac{١}{٢} \text{ لو } ١,٨٩٨$$

$$= \frac{١}{٢} (٠,٦٤) = ٠,٣٢$$

وهكذا بالنسبة للحضر

$$ص = \frac{٠,٦٠٧ - ٠,٣٢١}{\sqrt{\frac{١}{٤١} + \frac{١}{٣٩}}}$$

$$= \frac{٠,٢٨٦}{\sqrt{٠,٠٢٤٤ + ٠,٠٢٥٦}} = ١,٢٧٩$$

من جدول التوزيع الطبيعي ط (٠,٩٧٥) = ١,٩٦ لذا لا نستطيع رفض فرض العدم والذي يقضي بتساوى معاملات الارتباط .

٦-٣-٢ اختبار تجانس معاملين (جاما)

لاختبار فرض تساوى معاملى ارتباط جاما يجب أن يكون كلا الجدولين لهما نفس الفئات .

الفروض :

$ف_0 : ج_1 = ج_2$

$ف_1 : ج_1 \neq ج_2$ أو

$ج_1 < ج_2$ أو

$ج_1 > ج_2$

احصاء الاختبار

$$ص = \frac{جا_1 - جا_2}{\sqrt{\sigma^2_{جا_1} + \sigma^2_{جا_2}}} \quad (٦-٣٦)$$

$$حيث \quad \sigma^2_{جا} = \frac{ن (١ - جا^2)}{أ + خ}$$

وقد سبق عرضها بالصيغة (٦-١١)

توزيع المعاينة

الاحصاء ص عالية يتبع التوزيع الطبيعي المعياري إذا كانت حجوم العينات كبيرة .

٦-٤ مقارنة عدة معاملات ارتباط

لمقارنة عدة معاملات ارتباط لاختبار تجانسهم ، نستخدم الاختبار التالى :

الافتراضات :

(١) عينات عشوائية بسيطة .

(٢) كل عينة مسحوبة من مجتمع يتبع التوزيع الطبعي Bivariate normal .

(٣) مستوى القياس فترى Interval .

الفرض :

$ف_٠$: $ر_١ = ر_٢ = ر_٣ = ... = ر_م$

$ف_١$: $ف_٠$ غير صحيح

احصاء الاختبار

$$ص = مجـ (ن - ٣) (ف - \bar{ف})^٢ \qquad (٦-٣٧)$$

ف : تحويل فيشر لمعامل ارتباط بيرسون (ر)

$\bar{ف}$: المتوسط الحسابي المرجح لقيم ف ويحسب من :

$$\bar{ف} = \frac{مجـ ف (ن - ٣)}{مجـ (ن - ٣)} \qquad (٦-٣٨)$$

توزيع المعاينة :

الاحصاء ص عاليه يتبع توزيع كا^{2} بدرجات حرية م - ١

ملحوظة :

في حالة عدم رفض فرض العدم وقبول أن معاملات الارتباط متجانسة ، فإن ذلك يبرر تقدير معامل الارتباط في المجتمع على أساس تجميعي Pooled estimate حيث يكون هذا التقدير أكثر دقة من أي من التقديرات الفردية والناتجة من كل عينة على حده . ويكون التقدير بإعادة تحويل فَ باستخدام الدالة العكسية لتحويل فيشر - وبذلك نحصل على التقدير المتجمع ر أي أن :

$$ر = ف^{-1} (\bar{ف}) \qquad (٦-٣٩)$$

وقد سبق عرض صيغة دالة تحويل فيشر (٦-٦) كما يمكن استخدام جدول ١٤- مباشرة للحصول على التحويل من ر إلى ف وبالعكس .

تطبيق (٦-٢٨)

في دراسة مقارنة لثلاث مجتمعات تم سحب عينة عشوائية من كل منها وفيما يلي بيان بأحد المؤشرات التي تم حسابها وهو معامل ارتباط بيرسون بين مستوى التعليم ودرجة التحضر .

العينة	حجم العينة	معامل ارتباط
١	١٠٢	٠,٦٣
٢	١٠٢	٠,٧٨
٣	١٠٢	٠,٦٧

والمطلوب اختبار فرض تجانس معاملات الارتباط .

الحل : ف. : ر١ = ر٢ = ر٣

العينة	ن	ر	ف	ن - ٣	ف (ن- ٣)	(ف -فَ)٢	(ن-٣)(ف-فَ)٢
١	١٠٢	.,٦٣	,٧٤١٤	٩٩	٧٣,٣٩٩	.,.١٥	١,٤٨٥
٢	١٠٢	.,٧٨	١,.٤٥٤	٩٩	١٠٣,٤٩٥	.,.٣٢	٣,١٦٨
٣	١٠٢	.,٦٧	,٨١٠٧	٩٩	٨٠,٢٥٩	.,..٣	.,٢٩٧
				٢٩٧	٢٥٧,١٥٣		٤,٩٥

فَ = ٢٥٧,١٥٣ ÷ ٢٩٧ = .,٨٦٦

من جدول كا٢ نجد أن كا٢٢ (.,٩٥) = ٥,٩٩١

وحيث أن قيمة الاحصاء المشاهد ص = ٤,٩٥ لذا لا نستطيع رفض فرض العدم .

الباب السابع

التقديـــــر

٧-١ تمهيد

نماذج التقدير تستخدم لوصف شكل أو طبيعة العلاقة بين المتغيرات ، بهدف إمكان تقدير المتغيرات بدلالة المتغيرات الأخرى المرتبطة بها . وبذلك فإن هذه النماذج تعد الأساس فى إنشاء العديد من القوانين والنظريات . ويمكن تقسيم هذه النماذج إلى نوعين رئيسيين :

(١) نماذج الإنحدار Regression

(٢) السلاسل الزمنية Time Series

وهذا الباب يعرض فقط نماذج الإنحدار ، وهذه تمكن من تحديد شكل العلاقة بين متغير ما ، يسمى المتغير التابع Dependent وبين متغير آخر أو أكثر وتسمى المتغيرات المستقلة Independent . وهذه العلاقة تعرض في صيغ رياضية تسمى معادلات الإنحدار .

ونماذج الإنحدار متعددة ويمكن تصنيفها تبعاً للعديد من العوامل أهمها :

(١) عدد المتغيرات : وهناك تقسيم شائع :

أ - نماذج الإنحدار البسيط : في حالة بحث العلاقة بين متغيرين فقط .

ب - نماذج الإنحدار المتعدد : في حالة وجود أكثر من متغيرين .

(٢) مستوى القياس للمتغيرات .

(٣) شكل العلاقة بيسن المتغيرات : وكتقسيم رئيسي يتم التمييز بين

العلاقة الخطية Linear والعلاقة غير الخطية Non Linear .

ويقتصر العرض في هذا الباب على نموذج الانحدار البسيط Simple Linear regression model .

٧-٢ نموذج الانحدار الخطى البسيط

٧-٢-١ النموذج الإحصائي

(١) في نموذج الانحدار السبيط نفترض أن المتغير التابع[1] $ص_ر$ Dependent variable له علاقة خطية مع المتغير المستقل $س_ر$ Independent على الصورة :

$ص_ر = أ + ب س_ر + خ_ر$ ، ر = ١ ، ٢ ، ... ، ن (٧-١)

(٢) $س_١$ ، $س_٢$ ، ... $س_ن$ قد تكون متغيرات عشوائية وقد تكون قيم ثابتة تحدد بمعرفة الباحث .

(٣) $خ_١$ ، $خ_٢$ ، .... ، $خ_ن$ متغير غير معروف وغير مرئى Unobservable ويفترض أن هذه الأخطاء مستقلة وتتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط صفر وتباين غير معلوم $\sigma^٢_خ$.

(٤) أ ، ب معالم المجتمع وهي غير معروفة .

٧-٢-٢ اختبار فرض الاستقلال

غالباً ما يثار اختبار فرض الاستقلال بين متغيران س ، ص . ويعتبر المتغير ص مستقلاً عن س إذا كان توزيع ص لا يتغير مهما كانت قيمة س .

١ - راجع كتاب الأحصاء ووصف البيانات للمؤلف .

وهذا يعني أن متوسط ص يكون هو نفسه لكل قيمة من قيم س ، ويعني ذلك ، في حالة الإنحدار الخطي أن ب = صفر .

الفروض :

ف. : ب = صفر

ف١ : ب < صفر أو

ب > صفر أو

ب ≠ صفر

أحصاء الاختبار

في حالة توفر شروط النموذج فإن توزيع المعاينة للمقدر (ب) وهو معامل الانحدار المحسوب من العينة - يتبع التوزيع الطبيعي متوسطة (ب) وهو معامل الانحدار في المجتمع - وانحراف معيارى :

$$\sigma_{ب} = \frac{\sigma_{خ}}{\sqrt{مجـ (س - \bar{س})^{2}}} \qquad (٧-٢)$$

حيث $\sigma_{خ}$ الانحراف المعياري للخطأ العشوائي ويطلق عليه البعض : الخطأ المعياري للتقدير Standard error of estimate أو الانحراف المعياري للمتغير ص لقيم ثابتة للمتغير س Standard deviation of y for fixed x وغالباً لا يكون $\sigma_{خ}^{2}$ معلوماً ويتم تقديره من العينة باستخدام أي من الصيغ التالية :

$$ء^{٢}_{خ} = مح \, (ص - \hat{ص})^{٢} \, / \, ن - ٢ \qquad (٧-٣)$$

$$= (ن - ١) \, (ء^{٢}_{ص} - ب^{٢} \, ء^{٢}_{س}) \, / \, ن - ٢ \qquad (٧-٤)$$

$$= خ \, / \, ن - ٢ \qquad (٧-٥)$$

حيث خ كما سبق تعريفها في تحليل التباين (٣-٤٥) ، ويمكن أيضاً استخدام الصيغة :

$$ء^{٢}_{خ} = (١ - ر^{٢}) \, مح \, ص^{٢} \qquad (٧-٦)$$

حيث ر معامل ارتباط بيرسون

ونقدر الانحراف المعيارى لمعامل الانحدار بواسطة :

$$ء_{ب} = \frac{ء_{خ}}{\sqrt{مح \, (س - \bar{س})^{٢}}} \qquad (٧-٧)$$

$$= ء_{خ} \, / \, ء_{س} \sqrt{ن - ١} \qquad (٧-٨)$$

ولذا يكون إحصاء الاختبار :

$$ص = \frac{ب - ب}{ء_{ب}} \qquad (٧-٩)$$

حيث ب معامل الإنحدار من العينة ويحسب من الصيغة (١-٢٣) وباعتبار فرض العدم ب = صفر يصح الإحصاء .

$$ص = \frac{ب \sqrt{مح \, (س - \bar{س})^{٢}}}{ء_{خ}} \qquad (٧-١٠)$$

$$= \frac{ب \; ء_س \sqrt{ن - ١}}{ء_خ} \qquad (٧-١١)$$

حيث $ء_س$ الإنحراف المعيارى المقدر من العينة ويحسب من الصيغة (٣-٦)

توزيع المعاينة

الإحصاء ص بعاليه يتبع توزيع ت بدرجات حرية ن - ٢ ، وإذا كان $\sigma^{٢}_{خ}$ معلوماً فإن الإحصاء ص يتبع التوزيغ الطبيعي .

تطبيق (٧-١)

البيان التالي يعرض العلاقة بين مصروفات الدعاية وإيرادات المبيعات :

مصروفات الدعاية (ألف)	١	٢	٣	٤	٥
إيرادات المبيعات (مليون)	١	١	٢	٢	٤

والمطلوب اختبار فرض الاستقلال بين مصروفات الدعاية والمبيعات بمستوى معنوية ٥ ٪ .

الحل : نعتبر س هو المتغير المستقل (مصروفات الدعاية) ، ص المتغير التابع (المبيعات) .

$ف_{.}$: ب = صفر

$ف_{١}$: ب ≠ صفر

س	ص	س٢	ص٢	صَ	(ص -صَ)٢
١	١	١	١	٠,٦	٠,١٦
٢	١	٤	١	١,٣	٠,٠٩
٣	٢	٩	٤	٢	٠
٤	٢	١٦	٤	٢,٧	٠,٤٩
٥	٤	٢٥	١٦	٣,٤	٠,٣٦
١٥	١٠	٥٥	٢٦		١,١

ءس = ١,٥٨١ (٣-٦)

ب = ٠,٧ (١-٢٣)

أ = -١ (١-٢٤)

صَ = أ + ب س (١-٢٢)

= -١ + ٠,٧ س

ء^{٢}خ = ١,١ / ٣ = ٠,٣٦٧ (٧-٣)

ءخ = ٠,٦٠٥

$$ص = \frac{٠,٧ \ (١,٥٨١) \sqrt{٤}}{٠,٦٠٥} = ٣,٦٥٩ \quad (١١-٧)$$

ومن جدول توزيع ت نجد أن ت٣ (٠,٩٧٥) = ٣,١٨٢

وبذلك نرفض فرض الاستقلال .

٧-٢-٣ اختبار الفروض حول معامل الانحدار

بصفة عامة لاختبار الفرض بأن معامل الانحدار يساوى قيمة معينة ، نستخدم الاحصاء الموضح بالصيغة (٧-٩) ويمكن عرضها أيضاً كما يلي :

$$\text{ص} = \frac{(\hat{\text{ب}} - \text{ب})\ \text{ع}_{\text{س}} \sqrt{\text{ن} - ١}}{\text{ع}_{\text{خ}}} \qquad (٧-١٢)$$

وهذا الإحصاء يتبع توزيع ت بدرجات حرية ن - ٢ .

تطبيق (٧-٢)

يقوم أحد مراكز التحليل المالي بإحدى المؤسسات بدراسة بشأن تحديد تكلفة الوحدة المنتجة . ولهذا الفرض تم جمع البيانات التالية من عينة عشوائية وهي تعبر عن الانتاج الشهرى والتكاليف الكلية المناظرة لهذا الانتاج . والمطلوب اختبار الفرض بأن نصيب الوحدة من التكلفة المتغيرة (معامل الانحدار يزيد عن ٢٦٠ جنيهاً .

حجم الإنتاج	١٠	٢٠	٣٠	٤٠	٥٠	٦٠
التكاليف الكلية (ألف)	١٢	١٤	١٦	٢٠	٢٢	٢٥

الحل : ليكن س المتغير المستقل وهو حجم الإنتاج ، ص المتغير التابع وهو التكلفة الكلية .

ف٠ : ب = ٢٦٠,٠

ف١ : ب > ٢٦٠,٠

$ \bar{س} = ١٨,٧٠٨ $ (٣-٦)

$ ب = ٠,٢٦٥٧ $ (١-٢٣)

$ ع_{خ}^{٢} = (١ - ر^{٢}) \text{ مح ص}^{٢} = (١ - ٠,٩٩)(٢١٠٥) = ٢١,٠٥ $ (٧-٦)

$$ ص = \frac{(٠,٢٦٥٧ - ٠,٢٦٠) \times ١٨,٧٠٨ \times \sqrt{٦-١}}{٤,٥٨٨} = ٠,٠٥٢ $$

من الصيغة (٧-١٢)

وباستخراج جدول ت نجد أن $ ت_{٤} (٠,٩٧٥) = ٢,٧٧٦ $

وبذلك لانستطيع رفض فرض العدم والذي يعني أن التكلفة ٢٦٠ أو أقل .

٧-٢-٤ تقدير معامل الإنحدار في المجتمع

لتقدير معامل الإنحدار في المجتمع بفترة ثقة ١ - مـ نستخدم الحدود التالية :

$ (ب_{١} \text{ ، } ب_{٢}) = ب \pm ت_{ن-٢} (١ - مـ / ٢) \, ع_{ب} $ (٧-١٣)

حيث ب معامل الإنحدار من العينة ويحسب بالصيغة (١-٢٣)

$ ع_{ب} $ الإنحراف المعياري للمعامل ب ويحسب بالصيغة (٧-٨)

$ ت_{ن-٢} $ معامل الثبات من توزيع ت بدرجات حرية ن-٢ .

تطبيق (٧-٣)

المطلوب تقدير نصيب الوحدة المنتجة من التكاليف المتغيرة في التطبيق (٧-٢) وذلك بدرجة ثقة ٩٠٪ .

الحل :

باستخدام الصيغة (٧-١٣) والنتائج التي تم التوصل إليها عند حل التطبيق (٧-٢) فإن حدى الثقة لمعامل الإنحدار .

حدى الثقة = ٠,٢٦٥٧ ± ت$_{٤}$ (٠,٩٥) ع$_{ب}$

= ٠,٢٦٥٧ ± ٢,١٣٢ (٠,١٠٩٧)

= ٠,٢٦٥٧ ± ٠,٢٣٣٩

= (٠,٥ ، ٠,٠٣٢)

حيث ع$_{ب}$ = ع$_{خ}$ / ع س $\sqrt{ن-١}$ (٧-٨)

= ٤,٥٨٨ / ١٨,٧٠٨ $\sqrt{٥}$ = ٠,١٠٩٧

٧-٢-٥ اختبار الفرض حول أ

لاختبار الفرض أ = أ. نستخدم الإحصاء :

$$ص = \frac{أ - أ_{.}}{ع_{أ}} \qquad (٧-١٤)$$

حيث أ = صَ - ب سَ (١-٢٤)

$$ء_أ = ء_خ \sqrt{١/ن + \bar{س}^٢ / ء_خ^٢ (ن-١)} \quad (٧-١٥)$$

حيث $ء_خ$ سبق تعريفها في (٧-٣) - (٧-٦)

والإحصاء ص يتبع توزيع ت بدرجات حرية ن - ٢ .

٧-٢-٦ تقدير أ

لتقدير المعامل أ بفترة ثقة ١ - م نستخدم الصيغة :

$$(أ_١ ، أ_٢) = أ \pm ت_{ن-٢} (١ - م / ٢) ء_أ \quad (٧-١٦)$$

حيث أ هو قيمة المعامل كما نحصل عليها من العينة بالصيغة :

(١-٢٤) ، $ء_أ$ الخطأ المعيارى للمعامل أ (٧-١٥)

٧-٢-٧ تقدير متوسط قيمة المتغير التابع

يعد تقدير متوسط قيمة التابع ، أو الاستجابة (ض) لقيمة معينة للمتغير المقدر أو المستقل (س.) من أهم أهداف الباحث في تحليل الإنحدار . والصيغة التالية تعرض حدود فترة الثقة ١- م لتقدير متوسط الاستجابة $\bar{ض}$:

$$(\hat{ض}_١ ، \hat{ض}_٢) = \hat{ض} \pm ت_{ن-٢} (١-م / ٢) ء_{\hat{ض}} \quad (٧-١٧)$$

حيث $\bar{ض}$ = أ + ب س. (٧-١٨)

$$ء_{\hat{ض}} = ء_خ \sqrt{١/ن + (س. - \bar{س})^٢ / ء_س^٢ (ن-١)} \quad (٧-١٩)$$

حيث $ء_خ$ سبق عرضها في (٧-٣) - (٧-٦)

تطبيق (٧-٤)

في التطبيق (٧ - ٢) الخاص بالعلاقة بين التكلفة وحجم الانتاج ، المطلوب تقدير متوسط التكاليف الكلية لإنتاج حجمه ٣٣ وحده ، وذلك بدرجة ثقة ٩٥ ٪ .

الحل :

يراجع حل التطبيق (٧ - ٢)

ب = ٠,٢٦٥٧

أ = صَ - ب سَ

= ١٨,١٦٧ - ٠,٢٦٥٧ (٣٥) = ٨,٨٦٧

إذا كان حجم الانتاج ٣٣ وحدة فإن التكاليف الكلية تقدر كالآتي (٧ - ١٨)

صَ = أ + ب س٠

= ٨,٨٦٧ + ٠,٢٦٥٧ (٣٣) = ١٧,٦٣٥

ع$_{\hat{ص}}$ = ٤,٥٨٨ $\sqrt{\text{١/٦ + (٣٣-٣٥)}^{٢} \text{ / ٣٤٩,٩٨٩ (٥)}}$ = ١,٨٨٦

وباستخدام الصيغة (٧-١٧) تكون :

حدود الثقة = ١٧,٦٣٥ ± ٢,٧٧٦ (١,٨٨٦)

= ١٧,٦٣٥ ± ٥,٢٣٥

= (٢٢,٨٧ ، ١٢,٤)

٧-٢-٨ اختبار الفرض حول متوسط قيمة المتغير التابع

لاختبار الفرض بأن القيمة المقدرة صَ تساوى قيمة معينة صَ نستخدم الإحصاء ص :

$$ص = \frac{\hat{ص} - ص_.}{ع_{\hat{ص}}} \qquad (٧-٢٠)$$

وهو يتبع توزيع ت بدرجات حرية ن-٢

حيث ع $_{\hat{ص}}$ سبق تعريفها في (٧-١٩)

$\hat{ص}$ = أ + ب س كما سبق تعريفها بالصيغة (١-٢٢) وهي تكافئ :

$$\hat{ص} = \bar{ص} + ب\,(س - \bar{س}) \qquad (٧-٢١)$$

الباب الثامن

تنقيح البيانات

من البيانات نحصل على المعلومات ، وحتى تكون الأخيرة صحيحة يجب أن تكون الأولى صالحة . وبحصر إهتمامنا نحو قضية الإستقراء نجد العديد من المتطلبات والشروط التي يجب توفرها في البيانات المقدمة لهذا الغرض . مثل شرط التوزيع الطبيعي ، وتجانس التباينات ، والعلاقة الخطية ، ... الخ .

وقد عرضنا في هذا الكتاب الكثير من الأساليب الموجهه للتحقق من هذه الشروط .

ولا تزال البيانات في حاجة إلى تنقيح وتهذيب Revision فهناك العديد من الموضوعات التي يجب فحصها حتى تطرح البيانات ثماراً ناضجة صالحة ، ومن أهم هذه الموضوعات :

- التحقق من العشوائية Randomization
- القيم المتطرفة Outliers
- معالجة البيانات المفقودة Missing data
- البتر Trimming
- التسويه Winsorizing

وفي هذا الباب نكتفي بمعالجة* الموضوعان الأول والثاني ، العشوائية والقيم المتطرفة .

---

* لمزيد من التفاصيل عن معالجة البيانات المفقودة ، راجع :
Little, R. J. and Rubin, D. B. (1987), Statistical analysis with missing data.

وبالنسبة لموضوعات البتر والتسويه يمكن الرجوع إلى Dixon and massey ص ٣٨٠

٨-١ العشوائية

العشوائية مطلب أساسي في كل أساليب الإستقراء أيا كانت سواء تعلق الأمر بتقدير خصائص المجتمع أو اختبارات الفروض وسواء كانت الأساليب معلمية أو لامعلمية . فالمعاينة العشوائية تحقق لنا الموضوعية وتبعدنا عن الذاتية والتحيز ، وهي تقدم لنا عينة يمكن وصفها بأنها ممثلة للمجتمع وتصلح لتعميم النتائج على هذا المجتمع - وتمكن من قياس درجة الدقة في هذه النتائج - وأكثر من ذلك فهي تمكن من التحكم في هذه الدقة وزيادتها إلى الدرجة التي نرغبها - أما في حالة استخدام عينة غير عشوائية فلا نطمع في تحقيق شئ من ذلك .

ولاختبار العشوائية نستخدم الدفعات Runs .

٨-١-١ الدفعات Runs

بفرض أن هناك صف انتظار به عشرة أشخاص ، خمسة منهم ذكور (ذ) وخمسة أناث (ث) وبفرض أن ترتيبهم بالصف كان كما يلي :

أ ذ أ ذ أ ذ أ ذ أ ذ

بداهة لا يعد ذلك ترتيباً عشوائياً حيث أن هذا الترتيب يعرض تبديلاً أو خلطاً Mix كاملاً بين الجنسين .

لنفرض أن الترتيب كان كما يلي :

أ أ أ أ أ ذ ذ ذ ذ ذ

هذا أيضاً لا يعد ترتيباً عشوائياً حيث أنه يعرض تجمعاً أو عنقوداً Cluster لكل نوع على حده . وهذه الحالة تعرض تجمعاً أو عنقده كاملة . والحالتان أعلاه

تعد من الحالات المتطرفة وإن كانا في اتجاهين مختلفين فالأولى تعنى أن هناك خلطاً كاملاً بين النوعين - والثانية تعنى أن هناك عنقده كاملة . هذه الحالات المتطرفة لا تتسق مع فرض العشوائية والتي تتضمن استقلال الوحدات عن بعضها .

والدفعة Run تعرف على أنها تعاقب واحد أو أكثر من الأشياء أو الرموز المتماثلة ، ويمكن بتحليل عدد الدفعات اختبار ما إذا كان الترتيب عشوائياً من عدمه . فالحالة الأولى بها عشرة دفعات والحالة الثانية بها دفعتان فقط . ومن ذلك يتضح أنه إذا كان عدد الدفعات متطرفاً في الصغر أو في الكبر فإن الترتيب لا يعد عشوائياً .

ومن التطبيقات في هذا المجال :

- عشوائية ظهور الرطوبة أو الجفاف في متسلسلة من الأيام .
- عشوائية شغل المقاعد في مطعم (مشغول - فارغ) .

إن البيانات الأصيلة التي تكون محل الاختبار قد تكون في صورة ثنائية Dichotomy كما في الحالات التي سبق إيضاحها وقد تتكون من العديد من القيم ، وهذه يمكن جعلها ثنائية باستخدام قاعدة للتقسيم ، كاستخدام الوسيط مثلاً لمجموعة من القيم ثم إعطاء كل منهال إشارة لتقسيمها مثلاً :

+ لقيم أكبر من أو تساوى الوسيط .

- للقيم أصغر من الوسيط .

٨-١-٢ اختبار الدفعات Runs test

يستخدم لاختبار العشوائية .

الإفتراضات :

١. المعاينة عشوائية (إذا لم تكن المعاينة جزءاً من العملية المطلوب اختبار العشوائية بشأنها .

٢. البيانات المتاحة للتحليل تتكون من متسلسلة Sequence من المشاهدات ، مدونة حسب ترتيب حدوثها .

٣. من الممكن تقسيم البيانات تقسيماً ثنائياً إلى نوعين ، وليكن $ن_١$ عدد المشاهدات من النوع الأول ، $ن_٢$ عدد المشاهدات من النوع الثاني ، ن = حجم العينة الكلي .

الفرض : قد يكون من جانبين (غير موجه)

$ف_٠$: المتسلسلة عشوائية

$ف_١$: المتسلسلة غير عشوائية .

وقد يكون الفرض من جانب واحد (موجه)

$ف_٠$: المتسلسلة عشوائية

$ف_١$: المتسلسلة مختلطة Mixed أو

$ف_١$: المتسلسلة مُعنقدة Clustered .

احصاء الاختبار

د : وهو عدد الدفعات الكلي .

توزيع المعاينة

الإحصاء (د) له توزيع خاص - وجداول (جدول - ٢٣) والجدول مقسم إلى مجموعتين : المجموعة الأولى تعطي احتمال حدوث عدد من الدفعات قدره (د) أو أقل .

المجموعة الثانية : وتستخدم في حالة $ن_١ = ن_٢$ ولحجم أكبر من ١٠ ويلاحظ أن الأعمدة هنا مقسمه إلى قسمين :

- الأعمدة المعنونة بالاحتمالات ٠,٠٠٥ ، ٠,٠١ ، ٠,٠٢٥ ، ٠,٠٥ تعطي عدد الدفعات د بحيث أن هذا العدد أو أقل منه يحدث باحتمال أقل من الاحتمال الموضح أعلى العمود .
- الأعمدة المعنونة بالاحتمالات ٠,٩٥ ، ٠,٩٧٥ ، ٠,٩٩ ، ٠,٩٩٥ تعطي عدد الدفعات بحيث أن احتمال حدوث هذا العدد أو أكبر منه أقل من الاحتمالات ٠,٠٥ ، ٠,٠٢٥ ، ٠,٠١ ، ٠,٠٠٥ على التوالي .

تطبيق (٨-١)

في مصنع لانتاج المواسير الصلب تم قياس قطر الماسورة في عينة من ٥٠ وحدة ، وقد وجد أن هناك ١٤ دفعة أكبر وأقل من الوسيط . والمطلوب اختبار الفرض بأن الماكينة تنتج مواسير تختلف أقطارها بصورة عشوائية .

الحل :

حيث أن نصف المشاهدات أكبر من الوسيط ونصفها الآخر أكبر منه ، فإن $ن_١ = ن_٢ = ٢٥$

وبالرجوع لجدول ٢٣ نجد أن :

$د_{٢٥،٢٥} (٠,٠٢٥) = ١٨$

$د_{٢٥،٢٥} (٠,٩٧٥) = ٣٣$

وحيث أن عدد الدفعات المشاهدة هو ١٤ ويقع في منطقة الرفض - لذا نرفض فرض العدم والذي يقضي بأن الاختلافات في الأقطار عشوائية .

تطبيق (٨-٢)

أراد أحد الباحثين الاجتماعيين اختبار الفرض بأن الأطفال الصغار بالمدارس الابتدائية يميلون إلى التجمع حسب الجنس وقد لاحظ الباحث صف انتظار الطلبة أمام المقصف وكان تكوينه كما يلي (ذ للذكر ، أ للأنثى) .

ذ ذ ذ أ أ أ ذ ذ أ أ أ أ ذ ذ ذ أ

والمطلوب اختبار فرض الباحث بمستوى معنوية ٥٪

الحل :

$ف_٠$: تكوين الأطفال في الصف عشوائي .

$ف_١$: الأطفال يميلون إلى التجمع حسب الجنس .

من تكوين صف الانتظار نجد أن $ن_١ = ٨$ وهو عدد الذكور (اختياري) ، $ن_٢ = ١٠$.

عدد الدفعات د = ٦

من جدول ٢٣ وعند $ن_١$ = ٨ ، $ن_٢$ = ١٠ ، د = ٦

نجد أن ح (د ≥ ٦) = ٠,٠٤٨

ولذا نرفض فرض العدم ونقبل فرض الباحث .

٨-١-٣ الاختبار الطبيعي

إذا كانت $ن_١$ ، $ن_٢$ كلاهما أكبر من ١٠ فإن الاحصاء :

$$ص = \frac{د - \bar{د}}{\sigma_{د}} \qquad (٨-١)$$

يقترب من التوزيع الطبيعي المعياري ، حيث :

$$\bar{د} = \frac{٢\, ن_١\, ن_٢}{ن_١ + ن_٢} + ١ \qquad (٨-٢)$$

$$\sigma^٢_{د} = \frac{٢\, ن_١\, ن_٢ \,(٢ن_١\, ن_٢ - ن_١ - ن_٢)}{(ن_١ + ن_٢)^٢ \,(ن_١ + ن_٢ - ١)} \qquad (٨-٣)$$

تطبيق (٨-٣)

قام أحد المحاسبين بسحب عينة من ٢٥ حسابا لمراجعتها ، وكانت أرصدتها حسب ترتيب اختيارها (بالألف) :

١٢	٣٥	٤٠	٣٧	٣٨	١٨	٢٦
٢٨	٣٠	٤٥	٥٧	٧٣	٥٢	٤٧
٢٤	٤٦	٣٨	٦٠	٢٥	٢٩	٣٦
٢٠	٣٦	٧٨	٦٨			

والمطلوب اختبار ما إذا كانت العينة عشوائية بمستوى معنوية ٥٪ .

الحل :

١ - إيجاد الوسيط :

١٢	١٨	٢٠	٢٤	٢٥	٢٦	٢٨
٢٩	٣٠	٣٥	٣٦	٣٦	٣٧	٣٨
٣٨	٤٠	٤٥	٤٦	٤٧	٥٢	٥٧
٦٠	٦٨	٧٣	٧٨			

الوسيط = ٣٧

٢ - نعطي إشارة (+) للقيم الأكبر من الوسيط أو تساويه وإشارة (-) للقيم أقل من الوسيط .

-	-	+	+	+	-	-
-	-	+	+	+	+	+
-	+	+	+	-	-	-
-	-	+	+			

عدد الدفعات د = ٨ ، $ن_١$ = ١٢ ، $ن_٢$ = ١٣

$$\bar{د} = \frac{٢\ (١٢)\ (١٣)}{١٢ + ١٣} + ١ = ١٣,٤٨$$

$$\sigma^{٢}_{د} = \frac{٢\ (١٢)(١٣)\ (\ ٢(١٢)(١٣) - ١٢ - ١٣\ )}{(١٢ + ١٣)\ ^{٢}(\ ١٢ + ١٣ - ١\ )} = ٥,٩٧$$

$$\sigma_{د} = ٢,٤٤٣$$

$$ص = \frac{٨ - ١٣,٤٨}{٢,٤٤٣} = - ٢,٢٤٣$$

وهو أقل من - ١,٩٦ ولذا نرفض فرض العدم والذي يقضي بأن العينة عشوائية .

تطبيق (٨-٤)

في دراسة لدخل الأسرة تم اختيار ٢٥ أسرة ، وسجلت دخولها السنوية وكانت كما يلي (ألف جنيه) :

١٢	١٦	٩	٢١	٥	٨	
١٥	١٣	٩	١٤	١٨	١٧	
٢٠	٦	١٠	١٩	١٦	٧	
١١	١٢	١٣	٨	١٧	٨	١٣

والمطلوب اختبار الفرض بأن العينة عشوائية بمستوى معنوية ٥٪ .

الحل :

الوسيط = ١٣

٢ - الاشارات

− + − + − −

+ + − + + +

+ − − + + −

− − + − + − +

د = ١٦ $\qquad$ ن$_1$ = ١٢ $\qquad$ ن$_2$ = ١٣

$\bar{د}$ = ١٣,٤٨

$\sigma_{د}$ = ٢,٤٤٣

$$ص = \frac{١٦ - ١٣,٤٨}{٢,٤٤٣} = ١,٠٣١$$

وحيث أنه أقل من ١,٩٦ لا نستطيع رفض أن العينة عشوائية .

٨-٢ القيم المتطرفة

قبل البدء في تحليل بيانات العينة ، من المفيد التأكد من أن البيانات مقبولة ولا يوجد شك في بعضها باعتبارها متطرفة . هذه القيم المتطرفة قد يصادفها الباحث بعد جمعه للبيانات ، وعليه الحذر بشأنها قبل إجراء أية تحليلات إحصائية . وفي البداية على الباحث أن يقوم بمراجعة إجراءات الحصول على هذه القيم المتطرفة ، فقد يكون هناك أخطاء في إجراءات جمعها أو في قياسها ...

فإذا ما تم إكتشاف سبب واضح ومقبول لذلك التطرف ، فإنه يمكن حذفها دون مخاطر . أما إذا لم يكتشف الباحث سبباً مقبولاً لذلك عليه اللجوء إلى الاختبارات الإحصائية . ويوجد عدة اختبارات إحصائية في هذا الصدد . إن القيمة المتطرفة يمكن استبعادها إذا تبين أن هناك احتمال ضئيل لانتمائها للمجموعة .

٨-٢-١ اختبار ديكسون

قدمه ديكسون Dixon عام ١٩٥٠ لاختبار القيم المتطرفة .

الفروض :

ف. : القيمة المتطرفة تنتمي للمجتمع .

ف١ : القيمة لا تنتمى للمجتمع .

إحصاء الاختبار

إحصاء الاختبار يتكون من نسبة الفرق بين القيمة المتطرفة وقيمة مجاورة إلى المدى (بين المشاهدات كلها أو بعد استبعاد قيمة أو قيمتان) . إن القيم المختارة لحساب هذه النسبة تختلف باختلاف حجم العينة ، وهي موضحه بالجدول ٢٢ والخاص بتوزيع إحصاء ديكسون والذي يعرض عدة مئينات لتوزيع المعاينة .

ملاحظات :

١. قيم $س_١$ في الجدول يمكن أن تكون أكبر قيمة أو أصغر قيمة في العينة .

٢. قيم س قد تكون القيم المشاهدة الفردية أو المتوسطات لعينات متساوية الحجم .

٣. المئينات المعروضة بالجدول تفترض أن المشاهدات مسحوبة من مجتمع يتبع التوزيع الطبيعي .

تطبيق (٨-٥)

لمجموعة القيم ٣١٦ ، ١٤٧ ، ١٦٧ ، ١٥٩ المطلوب اختبار أن القيمة ٣١٦ تعد متطرفة بمستوى معنوية ٥٪ .

الحل :

نرتب القيم $س_١$ ، $س_٢$ ، $س_٣$ ، $س_٤$

٣١٦ ، ١٦٧ ، ١٥٩ ، ١٤٧

بالرجوع لجدول ٢٢ وعند ن = ٤ نجد أن الاحصاء يحسب من الصيغة :

$$ى = \frac{س_٢ - س_١}{س_ن - س_١}$$

$$= \frac{١٦٧ - ٣١٦}{١٤٧ - ٣١٦} = ٠,٨٨٢$$

وحيث أنها أكبر من القيمة الحرجة ٠,٧٦٥ نرفض فرض العدم والذي يقضي أن القيمة ٣١٦ لمجتمع الدراسة .

تطبيق (٨-٦)

لمقارنة نوعين من الأغذية ، قام أحد الباحثين بتغذية أزواج متناظرة Pairs من الأرانب – وقد سجلت الزيادة في وزن كل منها . وفيما يلي بيان بالفروق بين الوحدات المتناظرة .

٣ ، -١٨ ، ٢ ، ٢ ، ٢ ، ٢ ، ٥ ، ٤ ، ٩ ، ٦ ، ٦

وقد لوحظ أن هناك فرق كبير بين أحد الأزواج وهو (-١٨) مما يدعو للشك فيها . والمطلوب اختبار الفرض بأنها تعد قيمة متطرفة وذلك بمستوى معنوية ٥٪ .

الحل :

نرتب القيم $س_1$ ، $س_2$ ، ...... $س_{ن-1}$ ، $س_ن$

بالرجوع لجدول ٢٢ حيث ن = ١٠ نجد أن الإحصاء :

$$ى = \frac{س_2 - س_1}{س_{ن-1} - س_1}$$

$$= \frac{٢ - (-١٨)}{٦ - (-١٨)} = \frac{٢٠}{٢٤} = ٠,٨٣٣$$

وهي أكبر من القيمة الحرجة ٠,٤٧٧ . ولذا نرفض فرض العدم ونقبل اعتبار هذه القيمة متطرفة ، وأنها لا تنتمي للمجتمع محل الدراسة ويمكن استبعادها .

المراجع

(1) Armitage, P. and Berry, G. (1987), Statistical Methods in Medical Research, Blackwell Scientific Publications, Oxford, London.

(2) Bailey, J.R. (1981), Statistical auditing, Harcourt Brace Jovanovich, Inc., New York.

(3) Barnett, V. (1982), Comparative Statistical Inference, John Wiley & Sons, Chichester, New York.

(4) Bhattacharyya, G.R. and Johnson, R.A. (1977), Statistical Concepts and Methods, John Wiley & Sons, New York.

(5) Berenson, M.L. et al. (1983), Intermediate Statistical Methods and Applications, A Computer Package Approach, Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.

(6) Bishop, Y.M. et al. (1975), Discrete Multivariate Analysis, The MIT Press, Cambridge.

(7) Blalock, H.M. (1979), Social Statistical, Mc Graw-Hill Kogakusha, Ltd., Tokyo.

(8) Bradley, V. (1968), Distribution-Free Statistical Tests, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.

(9) Bruning, J.L. and Kintz, B.L. (1987), Computational Handbook of Statistics, Scott, Foresman and Company, Glenview, Illinois, London.

(10) BrySon, M.C. and Heiny, R.L. (1981), Basic Inferential Statistics, Prindle, Weber & Schmidt, Boston.

(11) Choi, S.C. (1978), Introductory Applied Statistics in Science, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.

(12) Crow, E.L. et al. (1960), Statistics Manual, Dover Publications, Inc., New York.

(13) Conover, W.J. (1980), Practical Non-Parametric Statistics, John Wiley & Sons, New York.

(14) Daniel, W.W. (1987), Biostatistics : A Foundation for Analysis in the Health Sciences, John Wiley & Sons, New York.

(15) Daniel, W.W. (1978), Applied Non-Parametric Statistics, Houghton Mifflin Co., Boston.

(16) Davies, O.L. and Goldsmith, P.L. (1977), Statistical Methods in Research and Production, Longman, London and New York.

(17) Dixon, W.J. and massey, F.J. (1983), Introduction to Statistical Analysis, Mc Graw-Hill Book Co., Auckland, London, Tokyo.

(18) Delaunois, A.L. (ed.), (1973), Biostatistics in Pharmacology, Pergamon Press, Oxford, 1973.

(19) Everitt, B.S. (1977), The Analysis of Contingency Tables, Chapman and Hall, London.

(20) Ferguson, G.A. (1976), Statistical Analysis in Psychology & Education, Mc Graw-Hill Kogakusha, Ltd., Tokyo.

(21) Fleiss, J.L. (1981), Statistical Methods for Rates and Proportions, John Wiley & Sons, New York.

(22) Fisher, R.A. and Yates, F. (1963), Statistical Tables, Longman, London.

(23) Garrett, H.E. (1966), Statistics in Psychology and Education, Vakils, Feffer and Simon Ltd., Bombay.

(24) Gibbons, J.D. (1976), Non-Parametric Methods for Quantitative Analysis, Holt, Rinhart, Winston, New York.

(25) Glass, G.V. and Stanley, T.C. (1970), Statistical Methods in Education and Psychology, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New York.

(26) Goodman, L.A. and Kruskal, W.H. (1979), Measures of Association for Cross Classification, Springer-Verlag, New York.

(27) Gomez, K.A. and Gomez, A.A. (1984), Statistical Procedures for Agricultural Research, John Wiley and Sons, New York.

(28) Guenther, W.C. (1973), Concepts of Statistical Inference, Mc Graw-Hill Book Co., New York.

(29) Goon, A.M. et al. (1983), Fundamentals of Statistics, The World Press Private Ltd., Calcutta.

(30) Guilford, J.P. and Fruchter, B. (1978), Fundamental Statistics in Psychology and Education, Mc Graw-Hill Kogakush, Ltd., Tokyo.

(31) Harshbarger, T.R. (1977), Introductory Statistics, A Decision Map, Macmillan Publishing Co., Inc., New York.

(32) Hays, W.L. (1973), Statistics for the Social Sciences, Holt, Rinehart and Winston, Inc., New York.

(33) Hietzman, W.R. and Mueller, F.W. (1980), Statistics for Business and Economics, Allyn and Bacon, Inc., Boston.

(34) Hoel, P.G. (1984), Introduction to Mathematical Statistics, John Wiley & Sons, New York.

(35) Huntersberger, D.V. and Billingsley, P. (1977), Elements of Statistical Inference, Allyn and Bacon, Inc., Boston.

(36) Iman, R.L. and Conover, W.J. (1983), Modern Business Statistics, John Wiley & Sons, New York.

(37) Kendall, M.G. (1975), Rank Correlation Methods, Charles Griffin & Company Ltd., London.

(38) Kendall, M.G. and Stuart, A. (1961), The Advanced Theory of Statistics, Vol. 2, Charles Griffin & Co., London.

(39) Kurtz, A.K. and Mayo, S.T. (1979), Statistical Methods in Education and Psychology, Springer-Verlag, New York.

(40) Langley, R. (1979), Practical Statistics, Pan Books, London, Sydney.

(41) Larson, H.J. (1982), Introduction to Probability Theory and Statistical Inference, John Wiley & Sons, New York.

(42) Lehmann, E.L. (1959), Testing Statistical Hypotheses, John Wiley & Sons, Inc., New York.

(43) Levy, S.G. (1968), Inferential Statistics for the Behavioral Sciences, Holt, Rinehart and Winston, Inc., New York.

(44) Loether, H.J. and Mctavish, D.G. (1980), Descriptive and Inferential Statistics, Allyn and Bacon, Inc., Boston.

(45) Lowe, C.W. (1968), Industrial Statistics, Business Book Limited, London.

(46) Marascuilo, L.K. and Mc Sweeney, M. (1977), Non-Parametric and Distribution Free Methods for the Social Sciences, Brooks / Cole Publishing Company Monterey, California.

(47) Matheson, D.W. et al. (1978), Experimental Psychology, Holt, Rinehart and Winston, New York.

(48) Maxwell, M.A. (1961), Analysing Qualitative Data, Chapman and Hall, London.

(49) Mc Nemar, Q. (1955), Psychological Statistics, John Wiley & Sons, Inc., New York.

(50) Mood, A.M. et al. (1974), Introduction to the Theory of Statistics, Mc Graw Hill, Inc., Auckland, London, Tokyo.

(51) Mosteller, F. and Rourke, R.E. (1973), Sturdy Statistics, Addison-Wesley Publishing Co., California, London.

(52) Mosteller, F. and Tukey, J.H. (1977), Data Analysis and Regression, Addison-Wesley Publishing Company, California, London.

(53) Nie, N.H. et al. (1975), SPSS Statistical Packages for the Social Sciences, Mc Graw-Hill Book Co., New York.

(54) Null, C.H. and Nie, N.H. (1981), SPSS Update 7-9, Mc Graw-Hill Book Co., New York.

(55) Ostle, B. and Mensing, R.W. (1975), Statistics in Research, Oxford & IBH Publishing Co., New Delhi.

(56) Pearson, E.S. and Hartley, H.D. (1976), Biometrika Tables for Statisticians, Vol. 1, Biometrika Trust, England.

(57) Pratt, J.W. and Gibbons, J.D. (1981), Concepts of Non-Parametric Theory, Springer-Verlag, New York, Berlin.

(58) Quenquille, M.H. (1972), Rapid Statistical Calculations, Griffin, London.

(59) Saxina, H.C. and Surendran, P.U. (1967), Statistical Inference, S. Chand & Co., Delhi, New Delhi.

(60) Siegel, S. (1956), Non-Parametric Statistics, for the Behavioral Sciences, Mc Graw-Hill Kogakusha, Ltd., Tokyo.

(61) Silk, J. (1979), Statistical Concepts in Geography, George Allen & Unwin, London.

(62) Silvey, S.D. (1975), Statistical Inference, Chapman and Hall, London, New York.

(63) Sprent, P. (1981), Quick Statistics, Penguin Books, England.

(64) Steel, R.G. and Torrie, J.H. (1980), Principles and Procedures of Statistics, A Biometrical Approach, Mc Graw-Hill Co., Auckland, London.

(65) Walker, H.M. and Lev, J. (1953), Statistical Inference, Holt, Rinehart and Winston, New York.

(66) Walpole, R.E. and Myers, R.H. (1978), Probability and Statistics for Engineering and Scientists, Macmillan Publishing Co., Inc., New York.

(67) Wetherill, G.B. et al. (1986), Regression Analysis with Applications, Chapman and Hall, London.

(68) Wonnacott, T.H. and Wonnacott, R.J. (1984), Introductory Statistics for Business and Economics, John Wiley & Sons, New York.

الرموز المستخدمة

أ	عدد حالات الاتفاق في معامل جاما .
	الجزء المقطوع من محور السينات في معادلة الإنحدار .
	إحداثي (إرتفاع) المنحنى الطبيعي المعيارى عند نقطة تقسيم .
$\underline{\text{أ}}$	ارتفاع المنحنى الطبيعي المعيارى عند الحد الأدنى للفئة .
$\overline{\text{أ}}$	ارتفاع المنحنى الطبيعي المعيارى عند الحد الأعلى للفئة .
أ ف م	أصغر فرق معنوي .
$\text{أ}_{\text{رل}}$	عدد المرات التي تكون فيها وحده في المستوى ر أعلى من بعض الوحدات في المستوى ل (في معامل ثيتا) .
ب	معامل الانحدار
$\text{ب}_{\text{رل}}$	عدد المرات التي تكون فيها وحده في المستوى ر أقل من بعض الوحدات في المستوى ل (في معامل ثيتا) .
ت	معامل التصحيح في اختبار بارتلت .
	التكرار المتوقع في خلية في الجدول التكراري المزدوج .
$\text{ت}_{\text{ن}-١}$	متغير توزيع ت بدرجات حرية ن − ١ .
$\text{ت}_{\text{دح ف}}$	درجات الحرية الفعالة (اختبار − ت ساترزويت) .
تو	معامل ارتباط كندال .
ث	درجة الثقة .
جـ	مجـ $\frac{(\text{تكرار الخلية})^{٢}}{(\text{تكرار الصف})(\text{تكرار العمود})}$ في الجدول التكرارى المزدوج .

جـ	مجموع الرتب المخصصة للمتغير ذو حجم العينة الأصغر (احصاء ولكوكسون - مان وتنى) .
جا	معامل ارتباط جاما .
ح	الاحتمال المفترض للفئة المناظرة .
حَ (س)	التوزيع الاحتمالي المتجمع والمحسوب من بيانات العينة .
ح	احتمال .
ح	احتمال الجدول الرباعي المشاهد .
ح	مستوى المعنوية الحقيقي .
$ح_{ن ، ق}(س)$	احتمال س ، في توزيع ذى الحدين بحجم عينة ن واحتمال نجاح ق .
$ح_{ن ، ق}(س)$	الاحتمال المتجمع س أو أقل ، في توزيع ذى الحدين بحجم عينة ن واحتمال نجاح ق .
$ح_{ر.}$	احتمال الفئة بالصف ر .
$ح_{.ل}$	احتمال الفئة بالعمود ل .
$ح_{رل}$	احتمال الخلية في الصف ر والعمود ل .
	احتمال التغير من الحالة ر للحالة ل .
$\hat{ح}_{رل}$	تقدير لاحتمال الخلية في الصف ر والعمود ل .
خ	عدد حالات الاختلاف (في معامل جاما) .
	مجموع مربعات الخطأ (في تحليل التباين) .
$خ_{ر}$	الخطأ العشوائي في معادلة الإنحدار .
د	الفرق بين قيمتين لمتغيرين .
د	عدد الدفعات الكلي .
$\bar{د}$	متوسط الفرق بين متغيرين .

د ح	درجات الحرية .
$د_ر$	$ك_ر - ك_{.ر}$ الفرق بين تكراري فئة في مناسبتين .
ر	معامل ارتباط بيرسون .
رَ	معامل ارتباط سبيرمان .
$ر_+$	معامل الارتباط الرباعي .
رٓ	معامل ارتباط السلسلتان .
$رٓ_.$	معامل ارتباط السلسلتان الثنائي .
$ر_{\neq}$	معامل ارتباط السلسلتان للرتب .
ر#	معامل ارتباط السلاسل المتعددة .
$ر_{١.٢٣}$	معامل الارتباط الكلي بين متغير تابع (س١) ومتغيران مستقلان س٢ ، س٣ .
سَ	المتوسط الحسابي للمتغير س في العينة .
سٓ	المتوسط الحسابي للمتغير س في المجتمع .
س/	الدرجة المعيارية للقيمة س .
$س_{.ل}$	مجموع قيم المتغير س بالعمود ل .
$س_{ر.}$	مجموع قيم المتغير س بالصف ر .
$س_{..}$	المجموع الكلي لقيم المتغير س .
($س_١$ ،$س_٢$)	حدى الثقة (الحد الأدنى ، الحد الأعلى) .
ش	التكرار المشاهد (الفعلي) .
ص	إحصاء الاختبار .
صَ	المتوسط الحسابي للمتغير ص .
ص/١	متوسط المجموعة ص ١ .

$\bar{ص}.$	متوسط المجموعة ص. .
ص ..	المجموع الكلي لقيم المتغير ص .
ص.ل	مجموع قيم المتغير ص بالعمود ل .
$ص_{ر.}$	مجموع قيم المتغير ص بالصف ر .
$\hat{ص}$	معادلة تقدير قيمة ص .
	قيمة مقدرة للمتغير ص .
ط	متغير يتبع التوزيع الطبيعي .
ع	مجموع مربعات انحرافات الرتب عن متوسطها مجـ $(ر - \bar{ر})^2$ في اختبار فريدمان ومعامل كندال للاتفاق .
$\hat{ء}_{\bar{د}}$	الانحراف المعياري لمتوسط الفروق .
$\hat{ء}^2_{س}$	تقدير تباين المجتمع من العينة للمتغير س .
$\hat{ء}^2$	تقدير تباين المجتمع من العينة .
	تقدير تباين المجتمع من عدة عينات .
$\hat{ء}^2_{ك}$	تقدير تباين المجتمع باستخدام كل قيم ص(تحليل التباين) .
$\hat{ء}^2_{م}$	تقدير التباين من المعاملات .
$\hat{ء}^2_{ق}$	تقدير التباين من القطاعات .
$\hat{ء}^2_{خ}$	تقدير التباين من الخطأ (في تحليل التباين) .
$\hat{ء}_{خ}$	تقدير الانحراف المعياري للخطأ العشوائي (في تحليل الانحدار) .
$\hat{ء}_{\bar{س}}$	الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي المقدر من العينة .
$\hat{ء}^2_{ص س}$	أنظر الصيغة (٦-٢٤) .
$ء^2_{ص س_ر}$	تباين قيم ص بالعمود المخصص للقيمة $س_ر$.

ف	الفرق بين رتب المتغيران .
ف	احصاء نسبة التباين .
$ف_{٠}$	فرض العدم .
$ف_{١}$	الفرض البديل .
$ف_{ن-١ ، ك-١}$	متغير توزيع ف بدرجات حرية ن-١ ، ك-١ .
ف	دالة تحويل فيشر .
	القيمة بعد تطبيق تحويل فيشر .
$ف^{-١}$	الدالة العكسية لدالة تحويل فيشر .
$\bar{ف}$	أنظر الصيغة ٦-٢٠ (معامل ارتباط السلاسل المتعددة) .
ق	عدد القطاعات ، عدد الصفوف .
	نسبة أو احتمال النجاح في توزيع ذى الحدين .
	نسبة مفردات مجموعة إلى تكرار الكلي .
ق	معامل ارتباط كرامير .
	مجموع المربعات بسبب القطاعات .
ك	التكرار .
	مجموع المربعات الكلي في تحليل التباين .
	عدد الرتب (عدد المحكمين) .
	عدد المتغيرات المستقلة .
$\bar{ك}$	ن ح* التكرار المتوقع في الفئة .
$\hat{ك}$	تكرار الفئة المتوالية لكل فئة من فئات المتغير المقدر .
$\hat{ك}_{ص}$	تكرار الفئة المنوالية للتوزيع الهامشى للمتغير التابع ص .
$ك_{.ل}$	مجموع التكرارات بالعمود ل .
$ك_{ر.}$	مجموع التكرارات بالصف ر .

$ك_{رل}$	التكرار الفعلى بالخلية في الصف ر والعمود ل .
$\bar{ك}_{رل}$	التكرار المتوقع بالخلية في الصف ر والعمود ل .
$\bar{ك}$	التكرار المتوقع .
$كا^{٢}$	مجـ $\frac{(ك - \bar{ك})^{٢}}{\bar{ك}}$
ل	معامل الثبات
$ل_{ص س}$	معامل ارتباط لامدا لتقدير ص من س .
م	عدد المعاملا ، عدد الأعمدة .
مـ	مستوى المعنوية الإسمى .
	مجموع المربعات بسبب المعاملات .
ن	حجم العينة ، مجموع التكرارات .
ن	حجم المجتمع .
$ن_{ر}$	عدد وحدات المستوى ر .
و	معامل ارتباط كندال .
ى	نسبة الارتباط .
ى	احصاء ديكسون .
$\sigma_{س}$	الانحراف المعياري للمتغير س .
$\sigma^{٢}_{س}$	تباين المتغير س .
$\sigma_{\bar{س}}$	الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي .
$\sigma_{خ}$	الانحراف المعياري للخطأ العشوائي (الخطأ المعياري للتقدير) .
$\lambda_{ص س}$	معامل ارتباط لامدا في المجتمع لتقدير ص من س .
η	نسبة الارتباط في المجتمع .

الصيغ الاحصائية

الباب الأول

$$\bar{س} = \frac{\text{محـ س}}{ن} \qquad (1-1)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{ن} \left(\text{محـ س}^2 - \frac{(\text{محـ س})^2}{ن} \right) \qquad (1-2)$$

الانحراف المعياري $\sigma = \sqrt{\text{التباين}}$ (1-3)

معامل الاختلاف م . أ $= \frac{\sigma}{\bar{س}}$ (1-4)

الدرجة المعيارية $س' = \frac{س - \bar{س}}{\sigma}$ (1-5)

$$ر = \frac{\text{ن محـ س ص} - \text{محـ س محـ ص}}{\sqrt{[\text{ن محـ س}^2 - (\text{محـ س})^2][\text{ن محـ ص}^2 - (\text{محـ ص})^2]}} \qquad (1-6)$$

$$ر' = 1 - \frac{6 \text{ محـ ف}^2}{ن^2 (ن - 1)} \qquad (1-7)$$

$$\text{جا} = \frac{\text{أ} - \text{خ}}{\text{أ} + \text{خ}} \qquad (١-٨)$$

$$\text{تو} = \frac{\text{أ} - \text{خ}}{٠{,}٥\ \text{ن}\ (\text{ن} - ١)} \qquad (١-٩)$$

$$\text{و} = \frac{١٢\ \text{ع}}{\text{ق}^{٢}\ \text{م}\ (\text{م}^{٢} - ١)} \qquad (١-١٠)$$

$$\text{ق} = \sqrt{\frac{\text{ح} - ١}{\text{ع} - ١}} \qquad (١-١١)$$

$$= \sqrt{\frac{\text{كا}^{٢}}{\text{ن}\ (\text{ع} - ١)}} \qquad (١-١٢)$$

$$\text{ج} = \text{مح}\ \frac{\text{ك}^{٢}_{\text{رل}}}{\text{ك}_{\text{ر.}}\ \text{ك.ل}} \qquad (١-١٣)$$

$$\text{كا}^{٢} = \text{مح}\ \frac{(\text{ك} - \bar{\text{ك}})^{٢}}{\bar{\text{ك}}} \qquad (١-١٤)$$

$$\bar{\text{ك}}_{\text{رل}} = \frac{(\text{تكرار الصف})(\text{تكرار العمود})}{\text{ن}} = \frac{(\text{ك}_{\text{ر.}})(\text{ك.ل})}{\text{ن}} \qquad (١-١٥)$$

$$\text{ل}_{\text{ص س}} = \frac{\text{مح}\hat{\text{ك}} - \hat{\text{ك}}\ \text{ص}}{\text{ن} - \hat{\text{ك}}\ \text{ص}} \qquad (١-١٦)$$

$$\text{ر}_{+} = \text{جتا} \frac{180^{\circ}}{1 + \sqrt{\text{أ د} / \text{ب د}}} \qquad (١٧-١)$$

$$\bar{\text{ر}} = \frac{\bar{\text{ص}}_{1} - \bar{\text{ص}}}{\sigma_{\text{ص}}} \; \frac{\text{ق}}{\text{أ}} \qquad (١٨-١)$$

$$\bar{\text{ر}}_{.} = \frac{\bar{\text{ص}}_{1} - \bar{\text{ص}}}{\sigma_{\text{ص}}} \sqrt{\frac{\text{ق}}{\text{ك}}} \qquad (١٩-١)$$

$$\bar{\text{ر}} = \frac{\sqrt{\text{ق ك}}}{\text{أ}} \; \bar{\text{ر}}_{.} \qquad (٢٠-١)$$

$$\text{ر}_{\neq} = \frac{2}{\text{ن}} (\bar{\text{ص}}_{1} - \bar{\text{ص}}_{.}) \qquad (٢١-١)$$

$$\hat{\text{ص}} = \text{أ} + \text{ب س} \qquad (٢٢-١)$$

$$\text{ب} = \frac{\text{ن مجـ س ص} - \text{مجـ س مجـ ص}}{\text{ن مجـ س}^{2} - (\text{مجـ س})^{2}} \qquad (٢٣-١)$$

$$\text{أ} = \bar{\text{ص}} - \text{ب} \bar{\text{س}} \qquad (٢٤-١)$$

الباب الثاني

$$\bar{\text{ك}} = \text{ن}\,\text{خ}^{*} \qquad (\text{١-٢})$$

$$\text{ص} = \text{مجـ}\,(\text{ك} - \bar{\text{ك}})^{٢} / \bar{\text{ك}} \qquad (\text{٢-٢})$$

$$= \text{مجـ}\,\text{ك}^{٢} / \bar{\text{ك}} - \text{ن} \qquad (\text{٣-٢})$$

$$\text{ص} = \frac{١}{\text{ك}}\ \text{مجـ}\,\text{ك}^{٢} - \text{ن} \qquad (\text{٤-٢})$$

$$\text{ص} = \text{أكبر}\ \left|\,\text{ح}'(\text{س}) - \text{ح}^{*}(\text{س})\,\right| \qquad (\text{٥-٢})$$

$$\text{ص} = \text{أكبر}\ \left|\,\text{ح}'(\text{س}') - \text{ح}^{*}(\text{س}')\,\right| \qquad (\text{٦-٢})$$

$$\text{س}' = \frac{\text{س} - \bar{\text{س}}}{\text{ع}} \qquad (\text{٧-٢})$$

$$\text{ص} = \text{مجـ}\,(\text{ك} - \bar{\text{ك}})^{٢} / \bar{\text{ك}} \qquad (\text{٨-٢})$$

$$\bar{\text{ك}}_{\text{رل}} = \frac{(\text{ك}_{\text{ر.}})(\text{ك}_{\text{.ل}})}{\text{ن}} \qquad (\text{٩-٢})$$

$$\text{ص} = \text{مجـ}\,(\,|\text{ك} - \bar{\text{ك}}| - ٠{,}٥\,)^{٢} / \bar{\text{ك}} \qquad (\text{١٠-٢})$$

$$\text{ص} = \text{أكبر} \left| \text{ح}'_{1}(\text{س}) - \text{ح}'_{2}(\text{س}) \right| \qquad (\text{٢-١١})$$

$$\text{ص} = \text{مجـ} \left(\text{ك} - \bar{\text{ك}} \right)^{2} / \bar{\text{ك}} \qquad (\text{٢-١٢})$$

$$\bar{\text{ك}}_{\text{رل}} = \frac{(\text{ك}_{\text{ر.}})\,(\text{ك}_{\text{.ل}})}{\text{ن}} \qquad (\text{٢-١٣})$$

$$\text{د ع} = (\text{م} - 1)\,(\text{د} - 1) \qquad (\text{٢-١٤})$$

الباب الثالث

$$\text{ح}\left(\bar{\text{س}} + \text{ل}\,\sigma_{\bar{\text{س}}} > \bar{\text{س}} > \bar{\text{س}} - \text{ل}\,\sigma_{\bar{\text{س}}}\right) = \text{ث} \quad (٣-١)$$

$$\left(\text{س}_1 \text{ ، } \text{س}_2\right) = \bar{\text{س}} \pm \text{ل}\,\sigma_{\bar{\text{س}}} \quad (٣-٢)$$

$$\sigma_{\bar{\text{س}}} = \frac{\sigma_{\text{س}}}{\sqrt{\text{ن}}}\sqrt{\frac{\text{ن} - \text{ن}}{\text{ن} - ١}} \quad (٣-٣)$$

$$= \frac{\sigma_{\text{س}}}{\sqrt{\text{ن}}} \quad (٣-٤)$$

$$\text{ص} = \frac{\bar{\text{س}} - \bar{\text{س}}}{\sigma_{\bar{\text{س}}}} \quad (٣-٥)$$

$$\text{ع}^2_{\text{س}} = \frac{١}{\text{ن} - ١}\left[\text{مجـ س}^2 - \frac{(\text{مجـ س})^2}{\text{ن}}\right] \quad (٣-٦)$$

$$\text{ص} = \frac{\bar{\text{س}} - \bar{\text{س}}}{\text{ع}_{\bar{\text{س}}}} \quad (٣-٧)$$

$$\text{ص} = \frac{\bar{\text{س}} - \bar{\text{س}}.}{\sigma_{\bar{\text{س}}}} \quad (٣-٨)$$

$$\sigma_{\bar{\text{س}}} = \frac{\sigma}{\sqrt{\text{ن}}} \quad (٣-٩)$$

$$\sigma_{\bar{س}} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{ن} \left(\frac{ن - ن}{ن - ١} \right)} \qquad (٣-١٠)$$

$$ف = س - \bar{س} \qquad (٣-١١)$$

$$و_٢ = \frac{ن(ن+١)}{٢} - و_١ \qquad (٣-١٢)$$

$$\bar{و} = ن(ن+١) / ٤ \qquad (٣-١٣)$$

$$\sigma^2_و = ن(ن+١)(٢ن+١) / ٢٤ \qquad (٣-١٤)$$

$$ط = \frac{و \pm ٠,٥ - \bar{و}}{\sigma_و} \qquad (٣-١٥)$$

$$ح_{ن ، ٠,٥} (ص_١) \geq م / ٢ \qquad (٣-١٦)$$

$$ح_{ن ، ٠,٥} (ص_٢ - ١) \leq ١ - م / ٢ \qquad (٣-١٧)$$

$$ط = \frac{ص \pm ٠,٥ - ٠,٥ ن}{٠,٥ \sqrt{ن}} \qquad (٣-١٨)$$

$$د = س_١ - س_٢ \qquad (٣-١٩)$$

$$\bar{د} = \bar{س}_١ - \bar{س}_٢ \qquad (٣-٢٠)$$

$$\bar{د} = \bar{س}_١ - \bar{س}_٢ \qquad (٣-٢١)$$

$$ص = \frac{\bar{د}}{\bar{ع}_د} \qquad (٣-٢٢)$$

$$\bar{ع}_د = \frac{ع_د}{\sqrt{ن}} \qquad (٣-٢٣)$$

$$(\text{د}_1 \text{، د}_2) = \bar{\text{د}} \pm \text{ت}_{\text{ن}-1}\,(1 - \text{م} / 2)\ \text{ع}_{\bar{\text{د}}} / \sqrt{\text{ن}} \qquad (٣-٢٤)$$

$$\text{ص} = \frac{\bar{\text{س}}_1 - \bar{\text{س}}_2}{\sigma_{\bar{\text{س}}_1 - \bar{\text{س}}_2}} \qquad (٣-٢٥)$$

$$\sigma_{\bar{\text{س}}_1 - \bar{\text{س}}_2} = \frac{\sigma_1^2}{\text{ن}_1} + \frac{\sigma_2^2}{\text{ن}_2} \qquad (٣-٢٦)$$

$$\text{ف}_. : \bar{\text{س}}_1 - \bar{\text{س}}_2 = \text{د} \qquad (٣-٢٧)$$

$$(\text{د}_1 \text{، د}_2) = \bar{\text{س}}_1 - \bar{\text{س}}_2 \pm \text{ط}\,(1 - \text{م} / 2)\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{\text{ن}_1} + \frac{\sigma_2^2}{\text{ن}_2}} \qquad (٣-٢٨)$$

$$\text{ص} = \frac{\bar{\text{س}}_1 - \bar{\text{س}}_2}{\text{ع}_{\bar{\text{س}}_1 - \bar{\text{س}}_2}} \qquad (٣-٢٩)$$

$$\text{ع}^2_{\bar{\text{س}}_1 - \bar{\text{س}}_2} = \frac{\text{ع}^2}{\text{ن}_1} + \frac{\text{ع}^2}{\text{ن}_2} \qquad (٣-٣٠)$$

$$\text{ع}^2 = \frac{\text{ع}_1^2\,(\text{ن}_1 - 1) + \text{ع}_2^2\,(\text{ن}_2 - 1)}{\text{ن}_1 + \text{ن}_2 - 2} \qquad (٣-٣١)$$

$$= \frac{\text{ع}_1^2 + \text{ع}_2^2}{2} \quad \text{،} \quad \text{ن}_1 = \text{ن}_2 = \text{ن} \qquad (٣-٣٢)$$

$$(\text{د}_1 \text{، د}_2) = \bar{\text{س}}_1 - \bar{\text{س}}_2 \pm \text{ت}_{\text{ن}_1 + \text{ن}_2 - 2}\,(1 - \text{م}/2)\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{\text{ن}_1} + \frac{\sigma_2^2}{\text{ن}_2}} \qquad (٣-٣٣)$$

$$\text{ص} = \frac{\bar{\text{س}}_1 - \bar{\text{س}}_2}{\text{ع}_{\bar{\text{س}}_1 - \bar{\text{س}}_2}} \qquad (٣-٣٤)$$

$$\text{ع}^2_{\bar{س}_1 - \bar{س}_2} = \frac{\text{ع}^2_1}{ن_1} + \frac{\text{ع}^2_2}{ن_2} \qquad (٣-٣٥)$$

$$\text{د ح ف} = \frac{(\text{ع}^2_1 / ن_1 + \text{ع}^2_2 / ن_2)^2}{[(\text{ع}^2_1 / ن_1)^2 / (ن_1 - ١)] + [(\text{ع}^2_2 / ن_2)^2 / (ن_2 - ١)]} \qquad (٣-٣٦)$$

$$(\text{د}_1 ، \text{د}_2) = \bar{س}_1 - \bar{س}_2 \pm \text{ت}_{\text{د ح ف}} (١ - \text{م} / ٢) \sqrt{\frac{\text{ع}^2_1}{ن_1} + \frac{\text{ع}^2_2}{ن_2}}$$

(٣-٣٧)

$$\text{ح} (\text{جـ} \geq \text{جـ}_1) = \text{ح} (\text{جـ} \leq \text{جـ}_2) = \text{م} \qquad (٣-٣٨)$$

$$\text{ط} (\bar{\text{جـ}} ، \sigma_{\text{جـ}}) \qquad (٣-٣٩)$$

$$\bar{\text{جـ}} = ن_1 (ن + ١) / ٢ \qquad (٣-٤٠)$$

$$\sigma^2_{\text{جـ}} = ن_1 ن_2 (ن + ١) / ١٢ \qquad (٣-٤١)$$

$$\text{ص} = \frac{\text{جـ} + ٠٫٥ - \bar{\text{جـ}}}{\sigma_{\text{جـ}}} \qquad (٣-٤٢)$$

$$\text{ك} = \text{مجـ ص}^2 - \text{ص}^2_{..} / ن \qquad (٣-٤٣)$$

$$\text{م} = \text{مجـ ص}^2_{ل} / ن_{ل} - \text{ص}^2_{..} / ن \qquad (٣-٤٤)$$

$$\text{خ} = \text{ك} - \text{م} \qquad (٣-٤٥)$$

$$\text{ع}^2_{\text{م}} = \text{م} / \text{م} - ١ \qquad (٣-٤٦)$$

$$\text{ع}^2_{\text{خ}} = \text{خ} / ن - ٢ \qquad (٣-٤٧)$$

$$\text{إحصاء الاختبار : ف} = \text{ع}^2_{\text{م}} / \text{ع}^2_{\text{خ}} \qquad (٣-٤٨)$$

$$|\bar{ص}_{1.} - \bar{ص}_{2.}| > أ\ ف\ م \qquad (٣-٤٩)$$

$$ب\ م = ت_{ن-م}\,(1 - مـ / 2)\sqrt{\frac{2}{خـ}\left(\frac{1}{ن_1} + \frac{1}{ن_2}\right)} \qquad (٣-٥٠)$$

$$ص = \frac{12\ مجـ\ ر^2_{ل.}\ /\ ن\ ل}{ن\,(ن + 1)} - 3\,(ن + 1) \qquad (٣-٥١)$$

$$ص = \frac{1}{ء^2}\left(مجـ\ ر^2_{ل.} /\ ن\ ل - ن\,(ن + 1)^2/4\right) \qquad (٣-٥٢)$$

$$ء^2 = \frac{1}{ن - 1}\left(مجـ\ ر^2 - ن\,(ن + 1)^2 / 4\right) \qquad (٣-٥٣)$$

$$|\bar{ر}_{1.} - \bar{ر}_{2.}| > أ\ ف\ م \qquad (٣-٥٤)$$

$$أ\ ف\ م = ت_{ن-م}\,(1 - مـ / 2)\sqrt{ء^2\left(\frac{ن - 1 - ص}{ن - م}\right)\left(\frac{1}{ن_1} + \frac{1}{ن_2}\right)} \qquad (٣-٥٥)$$

$$ك = مجـ\ ص^2 - ص^2_{..} / ن \qquad (٣-٥٦)$$

$$مـ = مجـ\ ص^2_{.ل} / ق - ص^2_{..} / ن \qquad (٣-٥٧)$$

$$ق = مجـ\ ص^2_{ل.} / م - ص^2_{..} / ن \qquad (٣-٥٨)$$

$$خـ = ك - (مـ + ق) \qquad (٣-٥٩)$$

$$ء^2_{مـ} = مـ / م - 1 \qquad (٣-٦٠)$$

$$ء^2_{ق} = ق / ق - 1 \qquad (٣-٦١)$$

$$\text{ء}^{٢}_{\text{خ}} = \text{خ} \,/\, (\text{م} - ١)\,(\text{ق} - ١) \qquad (٣\text{-}٦٢)$$

$$\text{ف}_{١} = \text{ء}^{٢}_{\text{هـ}} \,/\, \text{ء}^{٢}_{\text{خ}} \qquad (٣\text{-}٦٣)$$

$$\text{ف}_{\text{م}} = \text{ء}^{٢}_{\text{ق}} \,/\, \text{ء}^{٢}_{\text{خ}} \qquad (٣\text{-}٦٤)$$

$$|\bar{\text{ص}}_{١.} - \bar{\text{ص}}_{٢.}| > \text{أ ف م} \qquad (٣\text{-}٦٥)$$

$$\text{أ ف م} = \text{ت}_{(\text{م}-١)(\text{ق}-١)}\,(١ - \text{هـ} / ٢)\sqrt{\text{ء}^{٢}_{\text{خ}}\,(٢/\text{ق})} \qquad (٣\text{-}٦٦)$$

$$\text{ع} = \text{مجـ ر}^{٢}\text{ل.} - \frac{(\text{مجـ ر ل.})^{٢}}{\text{م}} \qquad (٣\text{-}٦٧)$$

$$\text{ص} = \frac{١٢\,\text{ع}}{\text{ق م}\,(\text{م} + ١)} \qquad (٣\text{-}٦٨)$$

$$= \frac{١٢\,\text{مجـ ر}^{٢}\text{ل.}}{\text{ق م}\,(\text{م} + ١)} - ٣\,\text{ق}\,(\text{م} + ١) \qquad (٣\text{-}٦٩)$$

$$|\bar{\text{ر}}_{١.} - \bar{\text{ر}}_{٢.}| > \text{أ ف م} \qquad (٣\text{-}٧٠)$$

$$\text{أ ف م} = \text{ت}_{(\text{م}-١)(\text{ق}-١)}\,(١ - \text{هـ} / ٢)\sqrt{\frac{٢\,\text{ق}\,(\text{أ} - \text{ب})}{(\text{ن} - ١)\,(\text{م} - ١)}} \qquad (٣\text{-}٧١)$$

$$\text{أ} = \text{مجـ ر}^{٢}\,\text{ل ك} \qquad (٣\text{-}٧٢)$$

وفي حالة عدم وجود قيود فإن :

$$\text{أ} = \frac{١}{٦}\,\text{ن م}\,(\text{م} + ١)\,(٢\text{م} + ١) \qquad (٣\text{-}٧٣)$$

$$\text{ب} = \frac{١}{\text{ق}}\,\text{مجـ ر}^{٢}\,\text{ل.} \qquad (٣\text{-}٧٤)$$

الباب الرابع

١ - ح ن ، ن ، أ. (س - ١) ٣ هـ (١-٤)

ح ن ، ن ، أ (س - ١) ٣ ١ - هـ (٢-٤)

منطقة الرفض س ٣ س$_١$ أو س > س$_٢$ (٣-٤)

ح (س ٣ س$_١$) = هـ / ٢ (٤-٤)

ح ن،ق. (س$_١$) = هـ / ٢ (٥-٤)

ح (س > س$_٢$) = هـ / ٢ (٦-٤)

ح (س ٣ س$_٢$) = ١ - هـ / ٢ (٧-٤)

ح ن ، ق. (س$_٢$) = ١ - هـ / ٢ (٨-٤)

منطقة الرفض : س > س* (٩-٤)

ح (س > س*) = هـ (١٠-٤)

ح (س ٣ س*) = ١ - هـ (١١-٤)

ح ن ، ق. (س*) = ١ - هـ (١٢-٤)

منطقة الرفض س ٣ س* (١٣-٤)

ح (س ٣ س*) = هـ (١٤-٤)

ح ن ، ق. (س*) = هـ (١٥-٤)

$$ص = \frac{س / ن - ق}{\sqrt{ق ك / ن}} \qquad (٤-١٦)$$

$$ص = \frac{س - ن ق}{\sqrt{ن ق ك}} \qquad (٤-١٧)$$

$$(ق_١ ، ق_٢) = ق \pm ل \, \sigma_{ق} \qquad (٤-١٨)$$

$$\sigma^٢_{ق} = \frac{ق ك}{ن} \left(\frac{ن - ن}{ن - ١} \right) \qquad (٤-١٩)$$

$$\sigma^٢_{ق} = \frac{ق ك}{ن} \qquad (٤-٢٠)$$

$$ء^٢_{ق} = \frac{ق ك}{ن - ١} \quad (٤-٢١) \qquad ، \qquad ء^٢_{ق} = \frac{ق ك}{ن} \quad (٤-٢٢)$$

$$(ق_١ ، ق_٢) = ق \pm ل \, ء_{ق} \qquad (٤-٢٣)$$

$$خ = ل \, \sigma_{ق} \quad (٤-٢٤) \qquad ، \qquad ن_. = \left(\frac{ل}{خ} \right)^٢ ق ك \quad (٤-٢٥)$$

$$ن_. = ٠,٢٥ \left(\frac{ل}{خ} \right)^٢ \qquad (٤-٢٦)$$

$$ن_. = ١ / خ^٢ \qquad (٤-٢٧)$$

$$خ = ل \sqrt{\frac{ق ك}{ن}} \sqrt{\frac{ن - ن}{ن - ١}} \qquad (٤-٢٨)$$

$$\text{ن} = \frac{\text{ن}_{.}}{1 + \frac{\text{ن}_{.} - 1}{\text{ن}}} \qquad (\text{٤-٢٩})$$

$$\text{ح} = \frac{\text{ك}_{1.}!\,\text{ك}_{2.}!\,\text{ك}_{.1}!\,\text{ك}_{.2}!}{\text{ن}!\,\text{ك}_{11}!\,\text{ك}_{21}!\,\text{ك}_{12}!\,\text{ك}_{22}!} \qquad (\text{٤-٣٠})$$

$$\text{ص} = \frac{\text{ق}_1 - \text{ق}_2}{\text{ء}_{\text{ق}_1 - \text{ق}_2}} \qquad (\text{٤-٣١})$$

$$\text{ء}^2_{\text{ق}_1 - \text{ق}_2} = \frac{\text{قك}}{\text{ن}_1} + \frac{\text{قك}}{\text{ن}_2} \qquad (\text{٤-٣٢})$$

$$\text{ق} = \frac{\text{ك}_1 + \text{ك}_2}{\text{ن}_1 + \text{ن}_2} \qquad (\text{٤-٣٣})$$

$$= \frac{\text{ن}_1\,\text{ق}_1 + \text{ن}_2\,\text{ق}_2}{\text{ن}_1 + \text{ن}_2} \qquad (\text{٤-٣٤})$$

$$\text{ن}_1\,\text{ق} > ٥ \text{ ، } \text{ن}_2\,\text{ك} > ٥ \text{ ، } \text{ن}_2\,\text{ق} > ٥ \text{ ، } \text{ن}_2\,\text{ك} > ٥ \qquad (\text{٤-٣٥})$$

$$\text{ص} = \frac{\left(\text{ق}_1 - \frac{1}{2\text{ن}_1}\right) - \left(\text{ق}_2 + \frac{1}{2\text{ن}_2}\right)}{\text{ء}_{\text{ق}_1 - \text{ق}_2}} \qquad (\text{٤-٣٦})$$

$$\text{كا}^2 = \frac{\text{ن}\left(\text{ك}_{11}\,\text{ك}_{22} - \text{ك}_{21}\,\text{ك}_{12}\right)^2}{\text{ك}_{.1}\,\text{ك}_{.2}\,\text{ك}_{1.}\,\text{ك}_{2.}} \qquad (\text{٤-٣٧})$$

$$\text{كا}^{٢} = \frac{\text{ن} \left(\left| \text{ك}_{١١}\,\text{ك}_{٢٢} - \text{ك}_{٢١}\,\text{ك}_{٢٢} \right| - \text{ن}/٢ \right)^{٢}}{\text{ك}_{.١}\;\text{ك}_{.٢}\;\text{ك}_{١.}\;\text{ك}_{٢.}} \qquad (٤-٣٨)$$

$$\text{كا}^{٢} = \text{مجـ}\; \frac{\left(\left| \text{ك} - \bar{\text{ك}} \right| - ١/٢ \right)^{٢}}{\bar{\text{ك}}} \qquad (٤-٣٩)$$

$$\bar{\text{ك}}_{\text{رل}} = \frac{\text{ك}_{\text{ر.}}\;\text{ك}_{\text{.ل}}}{\text{ن}} \qquad (٤-٤٠)$$

$$\text{ف. : ح}_{١.} = \text{ح}_{.١} \qquad (٤-٤١)$$

$$\text{ف. : ح}_{٢١} = \text{ح}_{١٢} \qquad (٤-٤٢)$$

$$\text{ك}_{٢١} \geq ١٠ \quad ، \quad \text{ك}_{١٢} \geq ١٠ \qquad (٤-٤٣)$$

$$\text{كا}^{٢} = \frac{\left(\text{ك}_{١٢} - \text{ك}_{٢١} + ١ \right)^{٢}}{\text{ك}_{١٢} + \text{ك}_{٢١}} \qquad (٤-٤٤)$$

$$\text{كا}^{٢} > \text{كا}^{٢}_{١}\,(١ - \text{هـ}) \qquad (٤-٤٥)$$

$$\text{ح} < \text{هـ} \qquad (٤-٤٦)$$

$$\text{كا}^{٢} > \text{كا}^{٢}_{١}\,(١ - ٢\,\text{هـ}) \qquad (٤-٤٧)$$

$$\text{ح} < \text{هـ} / ٢ \qquad (٤-٤٨)$$

$$\text{ط} = \frac{\text{ك}_{١٢} - \text{ك}_{٢١} \pm ١}{\sqrt{\text{ك}_{١٢} + \text{ك}_{٢١}}} \qquad (٤-٤٩)$$

$$كا^{٢} = مجـ \frac{(ك - \bar{ك})^{٢}}{\bar{ك}} \quad (٤-٥٠)$$

$$\bar{ك}_{ر} = ن\, ق_{ر.} \quad (٤-٥١)$$

$$كا^{٢} = مجـ \frac{(ك - \bar{ك})^{٢}}{\bar{ك}} \quad (٤-٥٢)$$

$$\bar{ك}_{رل} = \frac{ك_{ر.}\, ك_{.ل}}{ن} \quad (٤-٥٣)$$

$$كا^{٢} = مجـ_{ر \neq ل} \frac{(ش - ت)^{٢}}{ت} \quad (٤-٥٤)$$

$$= مجـ_{ر \neq ل} \frac{(ك_{رل} - ن\, ح_{رل})^{٢}}{ن\, ح_{رل}} \quad (٤-٥٥)$$

$$\hat{ح}_{رل} = \frac{(ك_{رل} + ك_{لر})}{٢\, ن} \quad (٤-٥٦)$$

$$كا^{٢} = مجـ_{ر < ل} \frac{(ك_{رل} - ن\, ك_{لر})^{٢}}{ك_{رل} + ك_{لر}} \quad (٤-٥٧)$$

$$د.ح = \binom{ر}{٢} = \binom{ل}{٢} \quad (٤-٥٨)$$

$$ف_{.} : د_{ر} = ك_{ر.} - ك_{.ر} = صفر . \quad (٤-٥٩)$$

$$\text{كا}^{2} = \frac{\bar{\text{ك}}_{21}\,\text{د}_{3}^{2} + \bar{\text{ك}}_{32}\,\text{د}_{1}^{2} + \bar{\text{ك}}_{31}\,\text{د}_{2}^{2}}{2\,(\bar{\text{ك}}_{21}\,\bar{\text{ك}}_{31} + \bar{\text{ك}}_{21}\,\bar{\text{ك}}_{32} + \bar{\text{ك}}_{31}\,\bar{\text{ك}}_{32})} \qquad (\text{٤-٦٠})$$

$$\bar{\text{ك}}_{\text{رل}} = \frac{\text{ك}_{\text{رل}} + \text{ك}_{\text{لر}}}{2} \qquad (\text{٤-٦١})$$

$$\text{كا}^{2} > \text{كا}^{2}_{\text{م}}\ (\,1 - \text{مـ}\,) \qquad (\text{٤-٦٢})$$

$$\text{ص} = (\,\text{ك} - 1\,)\times \frac{\text{ك مجـ س}^{2}_{.\text{ل}} - \text{س}^{2}_{..}}{\text{ك س}_{..} - \text{مجـ س}^{2}_{\text{ر.}}} \qquad (\text{٤-٦٣})$$

$$\text{ص} > \text{كا}^{2}_{\text{ك}-1}(1 - \text{مـ}) \qquad (\text{٤-٦٤})$$

الباب الخامس

$$\text{ص} = \frac{(\text{ن} - 1)\,\text{ع}^{2}}{\sigma^{2}_{\cdot}} \qquad (\text{٥-١})$$

$$\text{ص} > \text{كا}^{2}_{\text{ن}-1}(1 - \text{مـ}) \qquad (\text{٥-٢})$$

$$\text{ص} < \text{كا}^{2}_{\text{ن}-1}(\text{مـ}) \qquad (\text{٥-٣})$$

$$\text{ص} > \text{كا}^{2}_{\text{ن}-1}(1 - \text{مـ} / 2) \qquad (\text{٥-٤})$$

$$\text{ص} < \text{كا}^{2}_{\text{ن}-1}(\text{مـ}/2) \qquad (\text{٥-٥})$$

$$\text{ح}\left[\text{كا}^{2}_{\text{ن}-1}\left(1-\text{مـ}/2\right) < \frac{(\text{ن}-1)\,\text{ع}^{2}}{\sigma^{2}} < \text{كا}^{2}_{\text{ن}-1}\left(\text{مـ}/2\right)\right] = 1-\text{مـ} \qquad (٥-٦)$$

$$\text{ح}\left[\frac{(\text{ن}-1)\,\text{ع}^{2}}{\text{كا}^{2}_{\text{ن}-1}\left(\text{مـ}/2\right)} < \sigma^{2} < \frac{(\text{ن}-1)\,\text{ع}^{2}}{\text{كا}^{2}_{\text{ن}-1}\left(1-\text{مـ}/2\right)}\right] = 1-\text{مـ} \qquad (٥-٧)$$

$$\text{ح}\left[\sqrt{\frac{(\text{ن}-1)\,\text{ع}^{2}}{\text{كا}^{2}_{\text{ن}-1}\left(\text{مـ}/2\right)}} < \sigma^{2} < \sqrt{\frac{(\text{ن}-1)\,\text{ع}^{2}}{\text{كا}^{2}_{\text{ن}-1}\left(1-\text{مـ}/2\right)}}\right] \qquad (٥-٨)$$

$$\text{ص} = \frac{\text{ع}^{2}_{1}}{\text{ع}^{2}_{2}} \qquad (٥-٩)$$

$$\text{ص} > \text{ف}_{\text{ن}_1-1،\ \text{ن}_2-1}\left(1-\text{مـ}\right) \qquad (٥-١٠)$$

(٥-١١)

(٥-١٢)

(٥-١٣)

$$\text{ف}_{\text{د}_1،\text{د}_2}(\text{حـ}) = 1 \,/\, \text{ف}_{\text{د}_2،\text{د}_1}\left(1-\text{حـ}\right) \qquad (٥-١٤)$$

$$\text{ص} = \sum_{\text{ل}=1}^{15}\left(\text{ر}_{\text{ل}} - \frac{\text{ن}+1}{2}\right)^{2} \qquad (٥-١٥)$$

$$\text{ط} = \frac{\text{ص} - \bar{\text{ص}}}{\sigma_{\text{ص}}} \qquad (٥-١٦)$$

$$\bar{\text{ص}} = \text{ن}_{\text{١}} \, (\text{ن}^{\text{٢}} - \text{١}) \, / \, \text{١٢} \qquad (\text{٥-١٧})$$

$$\sigma^{\text{٢}}_{\text{ص}} = \text{ن}_{\text{١}} \, \text{ن}_{\text{٢}} \, (\text{ن} + \text{١}) \, (\text{ن}^{\text{٢}} - \text{٤}) \, / \, \text{١٨٠} \qquad (\text{٥-١٨})$$

$$\text{ص} = \frac{(\text{ء}^{\text{٢}}_{\text{١}} - \text{ء}^{\text{٢}}_{\text{٢}}) \sqrt{\text{ن} - \text{٢}}}{\text{٢} \, \text{ء}_{\text{١}} \, \text{ء}_{\text{٢}} \sqrt{\text{١} - \text{ر}^{\text{٢}}}} \qquad (\text{٥-١٩})$$

$$\text{ص} = \frac{(\text{مجـ س}^{\text{٢}}_{\text{١}} - \text{مجـ س}^{\text{٢}}_{\text{٢}}) \sqrt{\text{ن} - \text{٢}}}{\text{٢} \sqrt{\text{مجـ س}^{\text{٢}}_{\text{١}} \; \text{مجـ س}^{\text{٢}}_{\text{٢}} - (\text{مجـ س}_{\text{١}} \text{س}_{\text{٢}})^{\text{٢}}}} \qquad (\text{٥-٢٠})$$

$$\text{ص} = \text{ء}^{\text{٢}}_{\text{ر}} \, / \, \text{ء}^{\text{٢}}_{\text{ل}} \qquad (\text{٥-٢١})$$

$$\text{ص} = \text{ء}^{\text{٢}}_{\text{ر}} \, / \, \text{مجـ ء}^{\text{٢}} \qquad (\text{٥-٢٢})$$

$$\text{ص} = \text{ص} \, / \, \text{ت} \qquad (\text{٥-٢٣})$$

$$\text{ص} = \text{٢,٣٠٢٦} \, (\text{لو ء}^{-\text{٢}} \, \text{مجـ د} - \text{مجـ د لو ء}^{\text{٢}}) \qquad (\text{٥-٢٤})$$

$$\text{ء}^{-\text{٢}} = \text{مجـ د ء}^{\text{٢}} \, / \, \text{مجـ د} \qquad (\text{٥-٢٥})$$

$$\text{ت} = \text{١} + (\text{مجـ ١/د} - \text{١/مجـ د}) \, / \, \text{٣} \, (\text{م} - \text{١}) \qquad (\text{٥-٢٦})$$

$$\text{ص} = \text{٢,٣٠٢٦} \, \text{د} \, (\text{م لو ء}^{-\text{٢}} - \text{مجـ لو ء}^{\text{٢}}) \qquad (\text{٥-٢٧})$$

$$\text{ء}^{-\text{٢}} = \text{مجـ ء}^{\text{٢}} \, / \, \text{م} \qquad (\text{٥-٢٨})$$

$$\text{ت} = \text{١} + (\text{م} + \text{١}) \, / \, \text{٣ د م} \qquad (\text{٥-٢٩})$$

الباب السادس

$$ص = ر \qquad (٦-١)$$

$$ص = ر\sqrt{\frac{ن - ٢}{١ - ر^{٢}}} \qquad (٦-٢)$$

$$ص = \sqrt{ن - ٣}\left(\frac{١}{٢} لو \frac{١ + ر}{١ - ر} - \frac{١}{٢} لو \frac{١ + ر_م}{١ - ر_م}\right) \qquad (٦-٣)$$

$$ص = ١,١٥١٣ \sqrt{ن - ٣}\ لو \left(\frac{١ + ر}{١ - ر}\right)\left(\frac{١ + ر_م}{١ - ر_م}\right) \qquad (٦-٤)$$

$$(ر_١ ، ر_٢) = ف^{-١} (ف (ر) \pm ط (١ - م/٢) / \sqrt{ن - ٣}) \qquad (٦-٥)$$

$$ف (س) = ١,١٥١٣ \quad لو \frac{١ + س}{١ - س} \qquad (٦-٦)$$

$$ص = رَ \qquad (٦-٧)$$

$$ص = (جا - جا_٠) \sqrt{\frac{أ + خ}{ن (١ - جا^{٢})}} \qquad (٦-٨)$$

$$ن \geq ١٠ \qquad (٦-٩)$$

$$(جا_١ ، جا_٢) = جا \pm ل\ \sigma_{جا} \qquad (٦-١٠)$$

$$\sigma_{جا} = \sqrt{\frac{ن (١ - جا^{٢})}{أ + خ}} \qquad (٦-١١)$$

$$ص = (ل_{ص}\, س - ل_{.}) \sqrt{\frac{(ن - \hat{ك}_{ص})^{3}}{(ن - مجـ\,\hat{ك})(مجـ\,\hat{ك} + \hat{ك}_{ص} - ٢\, مجـ\,\hat{ك}_{ر})}} \qquad (٦-١٢)$$

$$ص = \frac{ر_{ب} - ر_{ب}}{\sigma_{ب}} \qquad (٦-١٣)$$

$$\sigma_{ر} = \frac{\sqrt{ق\,قَ\,ك\,كَ}}{أ\,أَ\,\sqrt{ن}} \qquad (٦-١٤)$$

$$ص = \frac{رَ - رَ}{\sigma_{رَ}} \qquad (٦-١٥)$$

$$\sigma_{رَ} = \frac{\sqrt{ق\,ك / أ - رَ}}{\sqrt{ن}} \qquad (٦-١٦)$$

$$رَ_{.} = \frac{صَ_{١} - صَ_{.}}{ص} \sqrt{ق_{١}\, ق_{.}} \qquad (٦-١٧)$$

$$ص = رَ_{.} \sqrt{\frac{ن - ٢}{١ - رَ_{.}^{٢}}} \qquad (٦-١٨)$$

$$ر_{\#} = \frac{مجـ\,(قَ\, مجـ\, س)}{\sqrt{مجـ\, س^{٢}\, مجـ\, ن\, قَ^{٢}}} \qquad (٦-١٩)$$

$$قَ = \frac{أ - آ}{ق} \qquad (٦-٢٠)$$

$$\text{ص} = \frac{\text{ر\#}\sqrt{\text{ن} - ٢}}{\sqrt{١ - \text{ر\#}^{٢}}} \qquad (٦-٢١)$$

$$\eta = \frac{\sigma^{٢}_{\text{ص}} - \sigma^{٢}_{\text{ص س}}}{\sigma^{٢}_{\text{ص}}} \qquad (٦-٢٢)$$

$$\text{ى}^{٢} = \frac{\text{ء}^{٢}_{\text{ص}} - \text{ء}^{٢}_{\text{ص س}}}{\text{ء}^{٢}_{\text{ص}}} \qquad (٦-٢٣)$$

$$\text{ء}^{٢}_{\text{ص س}} = \text{مجـ} \left(\text{ن}_{\text{ر}} - ١ \right) \text{ء}^{٢}_{\text{ص س}_{\text{ر}}} / \text{ن} - \text{م} \qquad (٦-٢٤)$$

$$\text{ى}^{٢} = \frac{\text{ء}^{٢}_{\text{ك}} - \text{ء}^{٢}_{\text{خ}}}{\text{ء}^{٢}_{\text{ك}}} \qquad (٦-٢٥)$$

$$\text{ء}^{٢}_{\text{ك}} = \text{ك} / \text{ن} - ١ \qquad (٦-٢٦)$$

$$\text{ى}^{٢} = \frac{\text{هـ} - (\text{م} - ١)\, \text{ء}^{٢}_{\text{خ}}}{\text{ك}} \qquad (٦-٢٧)$$

$$\text{ى}^{٢} = \frac{(\text{ف} - ١)(\text{م} - ١)}{\text{ف}(\text{م} - ١) + (\text{ن} - \text{م})} \qquad (٦-٢٨)$$

$$\text{ص} = \frac{\text{ى}^{٢}(\text{ن} - \text{م}) + (\text{م} - ١)}{(١ - \text{ى}^{٢})(\text{م} - ١)} \qquad (٦-٢٩)$$

$$\theta = \frac{\text{مجـ} \left| \text{أ}_{\text{ر ل}} - \text{ب}_{\text{ر ل}} \right|}{\text{مجـ ن}_{\text{ر}} \text{ن}_{\text{ل}}} \qquad (٦-٣٠)$$

$$ر_{١.٣٢} = \sqrt{\frac{ر^٢_{٢١} + ر^٢_{٣١} - ٢ ر_{٢١} ر_{٣١} ر_{٣٢}}{١ - ر^٢_{٣٢}}} \quad (٦-٣١)$$

$$ص = \frac{ر^٢ / ك}{١ - ر^٢ / ن - ك - ١} \quad (٦-٣٢)$$

$$ص = ق (م - ١) و \quad (٦-٣٣)$$

$$ص = \frac{ف_١ - ف_٢}{\sqrt{\frac{١}{ن_١ - ٣} + \frac{١}{ن_٢ - ٣}}} \quad (٦-٣٤)$$

$$ف = \frac{١}{٢} \text{ لو } \frac{١ + ر}{١ - ر} \quad (٦-٣٥)$$

$$ص = \frac{جا_١ - جا_٢}{\frac{\sigma^٢}{جا_١} + \frac{\sigma^٢}{جا_٢}} \quad (٦-٣٦)$$

$$ص = مجـ (ن - ٣) (ف - \bar{ف})^٢ \quad (٦-٣٧)$$

$$\bar{ف} = \frac{مجـ ف (ن - ٣)}{مجـ (ن - ٣)} \quad (٦-٣٨)$$

$$ر = ف^{-١} (\bar{ف}) \quad (٦-٣٩)$$

الباب السابع

ص ر = أ + ب س ر + خ ر — (٧-١)

σ ب = σ خ / √ مجـ (س − س̄)² — (٧-٢)

ع² خ = مجـ (ص − ص̂)² / ن − ٢ — (٧-٣)

ع² خ = [(ن − ١) (ع² ص − ب² ع² س) / ن − ٢] — (٧-٤)

ع² خ = خ / ن − ٢ — (٧-٥)

ع² خ = (١ − ر²) مجـ ص² — (٧-٦)

ع ب = ع خ / √ مجـ (س − س̄)² — (٧-٧)

= ع خ / ع س √ ن − ١ — (٧-٨)

ص = (ب − ب) / ع ب — (٧-٩)

ص = ب √ مجـ (س − س̄)² / ع خ — (٧-١٠)

ص = ب ع س √ ن − ١ / ع خ — (٧-١١)

$$ص = \frac{(ب - ب)\ ع_{س} \sqrt{ن - ١}}{ع_{خ}} \qquad (١٢-٧)$$

$$(ب_{١} ، ب_{٢}) = ب \pm ت_{ن-٢}\ (١ - هـ/٢)\ ع_{ب} \qquad (١٣-٧)$$

$$ص = \frac{أ - أ_{.}}{ع_{أ}} \qquad (١٤-٧)$$

$$ع_{أ} = ع_{خ} \sqrt{١/ن + \bar{س}^{٢} / ع^{٢}_{س}\ (ن - ١)} \qquad (١٥-٧)$$

$$(أ_{١} ، أ_{٢}) = أ \pm ت_{ن - ٢}\ (١ - هـ/٢)\ ع_{أ} \qquad (١٦-٧)$$

$$(\hat{ص}_{١} ، \hat{ص}_{٢}) = \hat{ص} \pm ت_{ن - ٢}\ (١ - هـ/٢)\ ع_{\hat{ص}} \qquad (١٧-٧)$$

$$\hat{ص} = أ + ب\ س_{.} \qquad (١٨-٧)$$

$$ع_{\hat{ص}} = ع_{خ} \sqrt{١/ن + (س + \bar{س})^{٢} / ع^{٢}_{س}\ (ن - ١)} \qquad (١٩-٧)$$

$$ص = \frac{\hat{ص} - ص_{.}}{ع_{\hat{ص}}} \qquad (٢٠-٧)$$

$$\hat{ص} = \bar{ص} + ب\ (س - \bar{س}) \qquad (٢١-٧)$$

الباب الثامن

$$\text{ص} = \frac{\text{د} - \bar{\text{د}}}{\sigma_{\text{د}}} \qquad (١-٨)$$

$$\bar{\text{د}} = \frac{٢\,\text{ن}_١\,\text{ن}_٢}{\text{ن}_١ + \text{ن}_٢} + ١ \qquad (٢-٨)$$

$$\sigma^{٢}_{\text{د}} = \frac{٢\,\text{ن}_١\,\text{ن}_٢\,(٢\,\text{ن}_١\,\text{ن}_٢ - \text{ن}_١ - \text{ن}_٢)}{(\text{ن}_١ + \text{ن}_٢)^{٢}\,(\text{ن}_١ + \text{ن}_٢ - ١)} \qquad (٣-٨)$$

المؤلف

دكتور / مصطفى أحمد عبد الرحيم زايد

* دكتوراه في الإحصاء « بحوث عمليات » ١٩٨١ .

" A rim multi Parametric Linear Programming model for Production Planning in textile mills."

* ماجستير في الإحصاء ١٩٧٤ .
* دبلوم الدراسات العليا في الإحصاء ١٩٧٠ .
* دبلوم الدراسات العليا في التكاليف ١٩٦٨ .
* دبلوم الدراسات العليا في المحاسبة والمراجعة ١٩٦٦ .
* بكالوريوس تجارة (محاسبة) ١٩٦١ .

العمل الحالى

* إستشارى ومحاسب قانونى .
* تدريس الإحصاء في بعض الكليات والمعاهد العليا بمصر .

الأعمال السابقة

* تدريس البرمجة الرياضية وبحوث العمليات بجامعة بغداد (كلية الإدارة والاقتصاد - قسم الإحصاء) وبالجامعة المستنصرية (كلية العلوم - رياضة) .
* تدريس الإحصاء بجامعة الإمام محمد بن سعود الإسلامية بالرياض بأقسام الاجتماع والخدمة الاجتماعية والتربية والمكتبات .
* مدير مالى ، شركة النيل للملابس ، ش. م. م.
* شركة وولتكس ش. م. م أعمال الحسابات والمراجعة والتكاليف والميزانية والتخطيط والمتابعة ومراقبة المخزون .

كتب للمؤلف

1. الإحصاء ووصف البيانات ، الجزء الأول ، وصف متغير وحيد . (١٩٩٢)
2. الإحصاء ووصف البيانات ، الجزء الثاني ، وصف العلاقة بين المتغيرات . (١٩٩٢)
3. الإحصاء والإستقراء ، الجزء الأول ، أسس الإستقراء . (١٩٩٠)
4. الإحصاء والإستقراء ، الجزء الثاني ، منطق الإستقراء . (١٩٩١)
5. الإحصاء والإستقراء ، الجزء الثالث ، أساليب الإستقراء . (١٩٩٢)
6. جداول إحصائية . (١٩٨٧)
7. الإحصاء والبحث التاريخي . (١٩٨٧)
8. Operations Research, notes, University of Baghdad, 197[illegible]